



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava



NAVRHOVÁNÍ A REALIZACE REGULÁTORŮ

učební text

Štěpán Ožana

Ostrava 2012

Recenze: prof. Dr. Ing. Miroslav Pokorný
Ing. Aleš Oujezdský, Ph.D.

Název: Navrhování a realizace regulátorů
Autor: Štěpán Ožana
Vydání: první, 2010
Počet stran: 134
Náklad: 20

Studijní materiály pro studijní obor Měřicí a řídicí techniky Fakulty Elektrotechniky a informatiky
Jazyková korektura: nebyla provedena.

Určeno pro projekt:

Operační program Vzděláváním pro konkurenceschopnost
Název: Personalizace výuky prostřednictvím e-learningu
Číslo: CZ.1.07/2.2.00/07.0339
Realizace: VŠB – Technická univerzita Ostrava
Projekt je spolufinancován z prostředků ESF a státního rozpočtu ČR

© Štěpán Ožana
© VŠB – Technická univerzita Ostrava

ISBN 978-80-248-2605-9

OBSAH

1. ÚVOD DO PROBLEMATIKY NÁVRHU A REALIZACE

REGULÁTORŮ 7

1.1. Základní pojmy 7

1.2. Vybrané aspekty návrhu a realizace u regulace reálných soustav 9

2. STANDARDNÍ PID REGULÁTOR A JEHO MODIFIKACE 17

2.1. Základní tvary PID a PSD regulátoru 17

2.2. Modifikace PID regulátoru 21

3. VYBRANÉ ALGORITMY MODERNÍ TEORIE ŘÍZENÍ 32

3.1. Optimální lineárně kvadratické řízení 32

3.2. Optimální lineárně kvadratické Gaussovske řízení LQG 36

3.3. Robustní řízení 44

3.4. Samonastavující se regulátory 59

3.5. Adaptivní řízení 71

3.6. Časově a kvadraticky optimální řízení 78

3.7. Prediktivní řízení 85

3.8. Fuzzy řízení 90

4. PROBLEMATIKA REALIZACE REGULÁTORŮ 108

4.1. Realizace na platformě PC+RT Toolbox+MF624 108

4.2. Realizace na platformě xPC Target 112

4.3. Realizace na platformě WinPAC+REX 119

5. PŘÍLOHY-OBSAH 130

5.1. Výkové programy k předmětu 130

5.2. Výkové animace k předmětu 130

5.3. Výkové videosekvence k předmětu 131

5.4. Případové studie 131

Klíč k řešení 135

POKYNY KE STUDIU

Navrhování a realizace regulátorů

Pro předmět Navrhování a realizace regulátorů zařazený do posledního ročníku studia oboru Měřicí a řídicí technika jste obdrželi studijní balík obsahující

- integrované skriptum pro distanční studium obsahující i pokyny ke studiu
- DVDD-ROM s doplňkovými animacemi vybraných částí kapitol
- DVD-ROM s doplňkovými videosekvencemi vybraných částí kapitol

Prerekvizity

Pro studium tohoto předmětu se předpokládá absolvování předmětu Regulační systémy.

Cílem předmětu

je seznámení se základními pojmy z problematiky navrhování a realizace regulátorů. Po prostudování modulu by měl student být schopen navrhnout regulátor na základě vybraných metod moderní nebo postmoderní teorie řízení, a realizovat jej na vybraných typech hardwaru.

Pro koho je předmět určen

Modul je zařazen do magisterského studia oboru Měřicí a řídicí technika studijního programu Elektrotechnika, ale může jej studovat i zájemce z kteréhokoli jiného oboru, pokud splňuje požadované prerekvizitu uvedenou výše.

Skriptum se dělí na části, kapitoly, které odpovídají logickému dělení studované látky, ale nejsou stejně obsáhlé. Předpokládaná doba ke studiu kapitoly se může výrazně lišit, proto jsou velké kapitoly děleny dále na číslované podkapitoly a těm odpovídá níže popsaná struktura.

Při studiu každé kapitoly doporučujeme následující postup:



Čas ke studiu: xx hodin

Na úvod kapitoly je uveden **čas** potřebný k prostudování látky. Čas je orientační a může vám sloužit jako hrubé vodítko pro rozvržení studia celého předmětu či kapitoly. Někomu se čas může zdát příliš dlouhý, někomu naopak. Jsou studenti, kteří se s touto problematikou ještě nikdy nesetkali a naopak takoví, kteří již v tomto oboru mají bohaté zkušenosti.



Cíl: Po prostudování tohoto odstavce budete umět

definovat
popsat ...
vyřešit

Ihned potom jsou uvedeny cíle, kterých máte dosáhnout po prostudování této kapitoly – konkrétní dovednosti, znalosti.



VÝKLAD

Následuje vlastní výklad studované látky, zavedení nových pojmů, jejich vysvětlení, vše doprovázeno obrázky, tabulkami, řešenými příklady, odkazy na animace, videa.



Shrnutí pojmů

Na závěr kapitoly jsou zopakovány hlavní pojmy, které si v ní máte osvojit. Pokud některému z nich ještě nerozumíte, vraťte se k nim ještě jednou.



Otázky

Pro ověření, že jste dobře a úplně látku kapitoly zvládli, máte k dispozici několik teoretických otázek.



Úlohy k řešení

Protože většina teoretických pojmů tohoto předmětu má bezprostřední význam a využití v databázové praxi, jsou Vám nakonec předkládány i praktické úlohy k řešení. V nich je hlavní význam předmětu a schopnost aplikovat čerstvě nabyté znalosti při řešení reálných situací hlavním cílem předmětu.



KLÍČ K ŘEŠENÍ

Výsledky zadaných příkladů i teoretických otázek výše jsou uvedeny v závěru učebnice v Klíči k řešení. Používejte je až po vlastním vyřešení úloh, jen tak si samokontrolou ověříte, že jste obsah kapitoly skutečně úplně zvládli.

Úspěšné a příjemné studium s touto učebnicí Vám přeje autor výukového materiálu

Štěpán Ožana

1. ÚVOD DO PROBLEMATIKY NÁVRHU A REALIZACE REGULÁTORŮ

1.1. Základní pojmy



Čas ke studiu: 2 hodiny



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

definovat základní struktury regulačních obvodů
popsat funkci zpětnovazebního obvodu
pojmenovat epochy vývoje teorie automatického řízení



Výklad

□ Návrh regulátorů

Učební text se věnuje především návrhu regulátorů na základě tzv. moderních a tzv. postmoderních metod řízení. Co se týče klasických metod regulace, jsou zde uvedeny zejména používané modifikace PID regulátoru, které mají důležitý význam při řízení reálných soustav. Také jsou zde uvedena vybraná témata, která popisují časté problémy spojené s návrhem a realizací řízení reálných soustav.

□ Realizace regulátorů

V tomto textu nejsou řešeny struktury či zapojení s pasivními nebo aktivními analogovými součástkami. Pod pojmem realizace regulátorů se zde rozumí implementace navržených algoritmů klasické nebo moderní teorie řízení pomocí hardwarových technických prostředků průmyslové automatizace založených na číslicovém zpracování dat. Typickým příkladem typů hardwaru, na kterých je možno implementovat algoritmy pro regulaci, jsou:

- programovatelné logické automaty (PLC)
- programovatelné automaty typu PAC (programmable automation controller)
- PC/embedded PC + měřicí (řídící) modul, např. multifunkční karty, USB moduly
- mikrokontroléry

□ Epochy vývoje teorie automatického řízení

- Klasické teorie
 - frekvenční metody (Bode, Nichols)
 - geometrické místo kořenů (Evans)
- Moderní teorie - 60. a 70. léta
 - stavová reprezentace (Kalman)
 - LQ řízení - stavová zpětná vazba
 - Kalmanův filtr - stavová injekce
 - Wienerův filtr
 - LQG regulátor (separační princip)
 - prediktivní řízení (průmyslové aplikace)

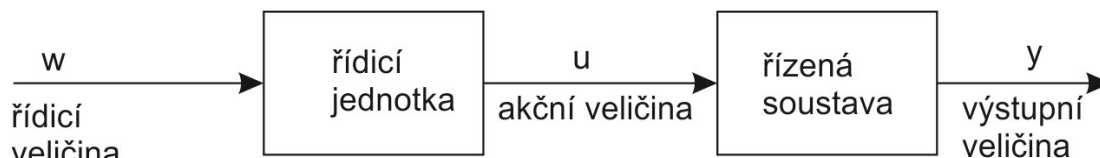
- Postmoderní teorie - 80. léta, dodnes
 - robustní řízení, metody $H-\infty, H_2$
 - adaptivní řízení
 - fuzzy řízení

□ Moderní teorie řízení

Pojem "moderní teorie řízení" vznikl v 60. letech k odlišení přístupu založeném na stavovém popisu systémů od "klasické teorie", vycházející téměř výhradně z popisu vnějšího. V současné době se oba přístupy (stavový a přenosový) silně prolínají. Charakteristickou vlastností moderní teorie řízení však zůstává využívání matematických modelů k popisu řízených procesů. Je-li přesně specifikován model, inženýrskou úlohu návrhu regulátoru lze formulovat jako úlohu optimalizační. Místo přímého nastavování konstant regulátoru tedy inženýr nastavuje parametry kritéria optimality a případná omezení. Tento přístup je výhodný v tom, že některé vlastnosti získaných řešení (např. stabilita při kvadraticky optimálním řízení) jsou zajištěny implicitně. Spoléhání na přesný model s sebou přináší i některé nedostatky moderní teorie řízení, které motivují i nové směry výzkumu tzv. robustních metod, které dovolují zahrnout do formulace problému i neurčitost matematického modelu.

□ Řídicí systém bez zpětné vazby

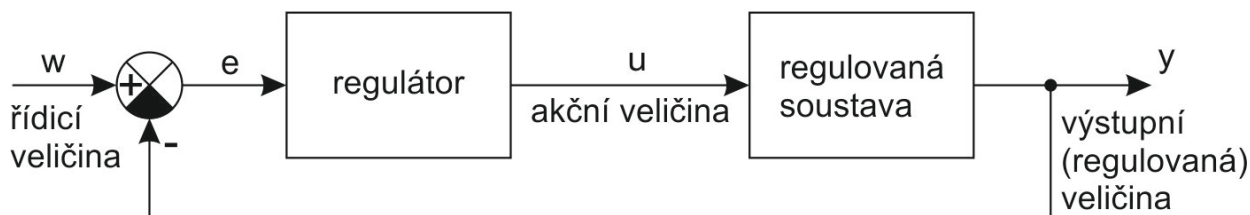
Princip řídicího systému bez zpětné vazby je znázorněn na Obr. 1.1. Řídicí veličina - žádaná hodnota w se zadá regulátoru, který pomocí akční veličiny u působí na regulovanou soustavu tak, aby byla dosažena na jejím výstupu požadovaná hodnota regulované veličiny y .



Obr. 1.1. Řídicí systém bez zpětné vazby

□ Řídicí systém se zpětnou vazbou

Princip zpětnovazebního řízení je znázorněn na Obr. 1.2. Regulační odchylka e se získá jako rozdíl řídicí veličiny - žádané hodnoty a regulované veličiny - skutečné hodnoty $e = w - y$. Na základě velikosti regulační odchylky a zvoleného řídicího algoritmu regulátor působí akční veličinou u na regulovanou soustavu tak, aby byla dosažena na jejím výstupu požadovaná hodnota regulované veličiny y .



Obr. 1.2. Řídicí systém se zpětnou vazbou

□ Výukové modely

Tento učební text obsahuje mnoho příkladů řízení reálných soustav. Jedná se o fyzikální modely, které slouží pro cvičení z předmětu navrhování a realizace regulátorů a jsou také k dispozici pro studenty, kteří mají zájem rozvíjet své teoretické znalosti v rámci bakalářských nebo diplomových prací. Před samotným studiem je doporučeno zhlédnout *Video_01*, které názorně demonsturuje význam

zpětnovazebního řízení na různých fyzikálních modelech, na kterých jsou implementovány jak algoritmy klasické teorie řízení, tak i moderní teorie řízení. Řízení s otevřenou smyčkou (ovládání) je demonstrováno v samostatném souboru *Video_02*, na modelu třídičky barevných předmětů.



CD-ROM

Před studiem dalšího textu zhlédněte *Video_01* a *Video_02*.



Shrnutí pojmů 1.1

Řízení – neboli regulace pomocí zpětné vazby.

Řízení s otevřenou smyčkou – neboli ovládání, není k dispozici zpětná vazba nebo je rozpojena.

Klasické teorie řízení – metody syntézy regulačních obvodů s PID regulátory.

Moderní a postmoderní teorie řízení – LQR, LQG, prediktivní, robustní, adaptivní, fuzzy řízení.



Otázky 1.1

1. Jaký je rozdíl mezi řízením v uzavřené smyčce a v otevřené smyčce?
2. Jaký je význam zpětné vazby v regulačním obvodu?

1.2. Vybrané aspekty návrhu a realizace u regulace reálných soustav



Čas ke studiu: 4 hodiny



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

definovat problémy, které se vyskytují u návrhu reálných soustav
popsat a demonstrovat metody linearizace a identifikace v prostředí Simulink



Výklad

□ Reálné soustavy

Při řízení reálných soustav narážíme na řadu principiálních a technických problémů. Prvním neoddiskutovatelným faktem, který souvisí s návrhem jakéhokoli typu regulátoru je, že každá reálná soustava je nelineární. Záleží na konkrétní situaci a typech nelinearit, které se u dané soustavy vyskytují. V tomto učebním textu jsou popsány dvě techniky, pomocí kterých lze za definovaných podmínek dosáhnout toho, že na regulační obvod můžeme poté aplikovat techniky, které jsou určeny pro lineární obvody. Druhým faktem je, že realizace regulátoru na konkrétní platformě (hardwaru) zřídka vede na práci se spojitými tvary pro popis činnosti regulátoru. Tato skutečnost se v tomto textu týká několika kapitol. Třetím důležitým faktem při návrhu regulátoru je, že zdaleka ne u všech systémů se podaří odvodit matematický model odpovídající vnějšímu nebo vnitřnímu popisu systému.

V takovém případě je nutno přistoupit k tzv. identifikaci, což vede na nalezení aproximovaného matematického modelu (ekvivalentu), případně jazykového popisu reálného systému za použití zvolené vhodné metody.

□ Linearizace v okolí pracovního bodu

Linearizace v okolí pracovního bodu je provedena pomocí Taylorova rozvoje v jeho okolí:

$$f(x_1, x_2) \Rightarrow \left. \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} \right|_{x_{10}, x_{20}} (x_1 - x_{10}) + \left. \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} \right|_{x_{10}, x_{20}} (x_2 - x_{20})$$

- lineární stavový model

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

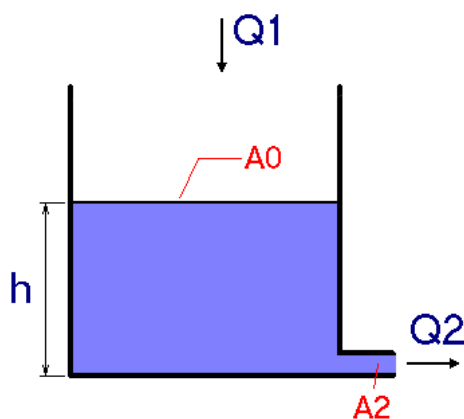


Řešený příklad 1.2.1

Zadání: Stanovte lineární stavový model pro výtok kapaliny z nádoby ve zvolném pracovním bodě.

Řešení:

Model nádoby je znázorněn na Obr. 1.3.



Obr. 1.3. Model výtoku kapaliny z nádoby

Vzorec pro výtok kapaliny z nádoby:

$$A_0 \frac{dh}{dt} = Q_1 - Q_2$$

$$A_0 \frac{dh}{dt} = Q_1 - A_2 \sqrt{2gh}$$

- s konkrétními koeficienty ($A_0 = 1$, $A_2 = \frac{1}{\sqrt{2g}} \approx 0,23$)

$$\frac{dh}{dt} = Q_1 - \sqrt{h}$$

- vypočte se Taylorův rozvoj v pracovním bodě:

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{1}{2\sqrt{h_0}}(h - h_0) + (Q_1 - Q_{1_0})$$

- lineární model v ustáleném stavu v bodě: $Q_{1_0} = 2, h_0 = 4$

$$\frac{d\Delta h}{dt} = -\frac{1}{4}\Delta h + \Delta Q_1$$

$$A = -\frac{1}{4}, B = 1, C = 1, D = 0$$

- vztah k proměnným nelineárního modelu:

- vstup:

$$\Delta Q_1 = Q_1 - Q_{1_0}$$

$$\Delta Q_1 = Q_1 - 2$$

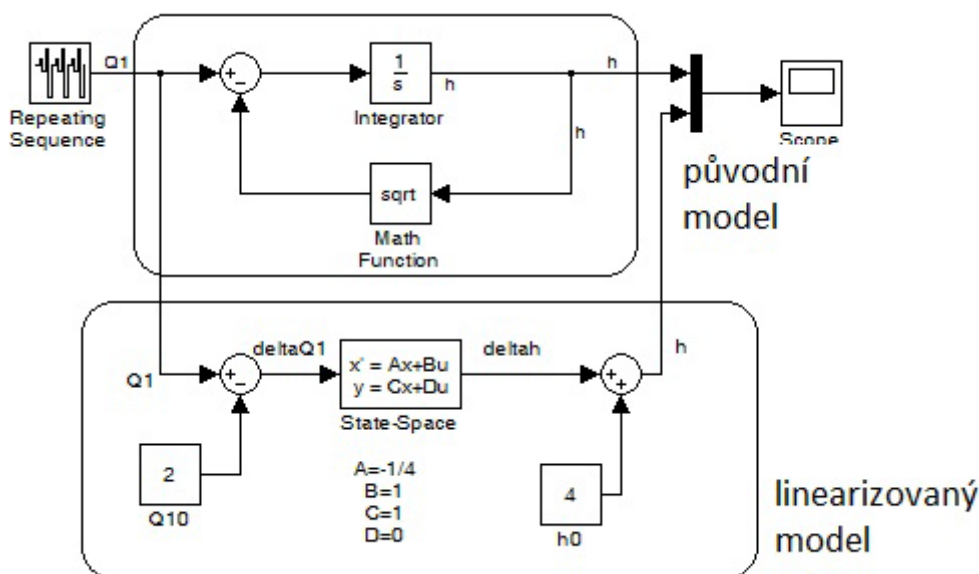
- výstup:

$$\Delta h = h - h_0$$

$$\Delta h = h - 4$$

$$h = \Delta h + 4$$

Schéma v Simulinku pro porovnání původního a linearizovaného modelu je znázorněno na Obr. 1.4.



Obr. 1.4. Schéma v Simulinku pro porovnání původního a linearizovaného modelu



CD-ROM

Prostudujte si zdrojové soubory *example_1_2_1_schema.mdl*.



Řešený příklad 1.2.2

Zadání: Řešte předchozí příklad pomocí nástroje Linear Analysis.

Řešení:

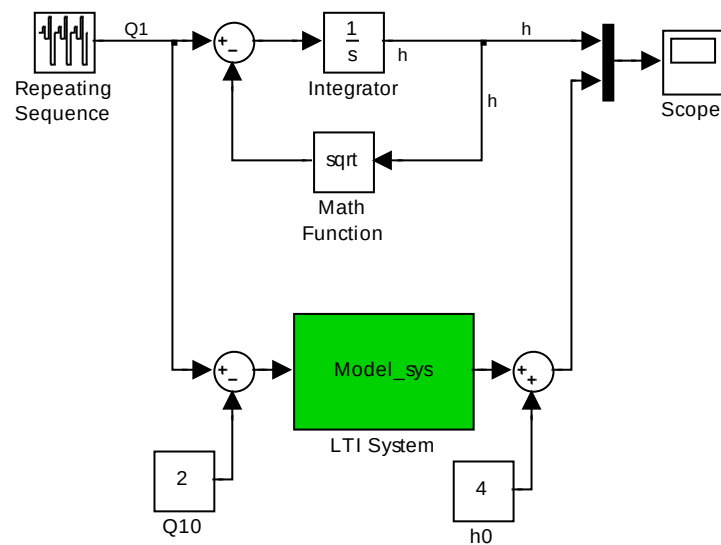


CD-ROM

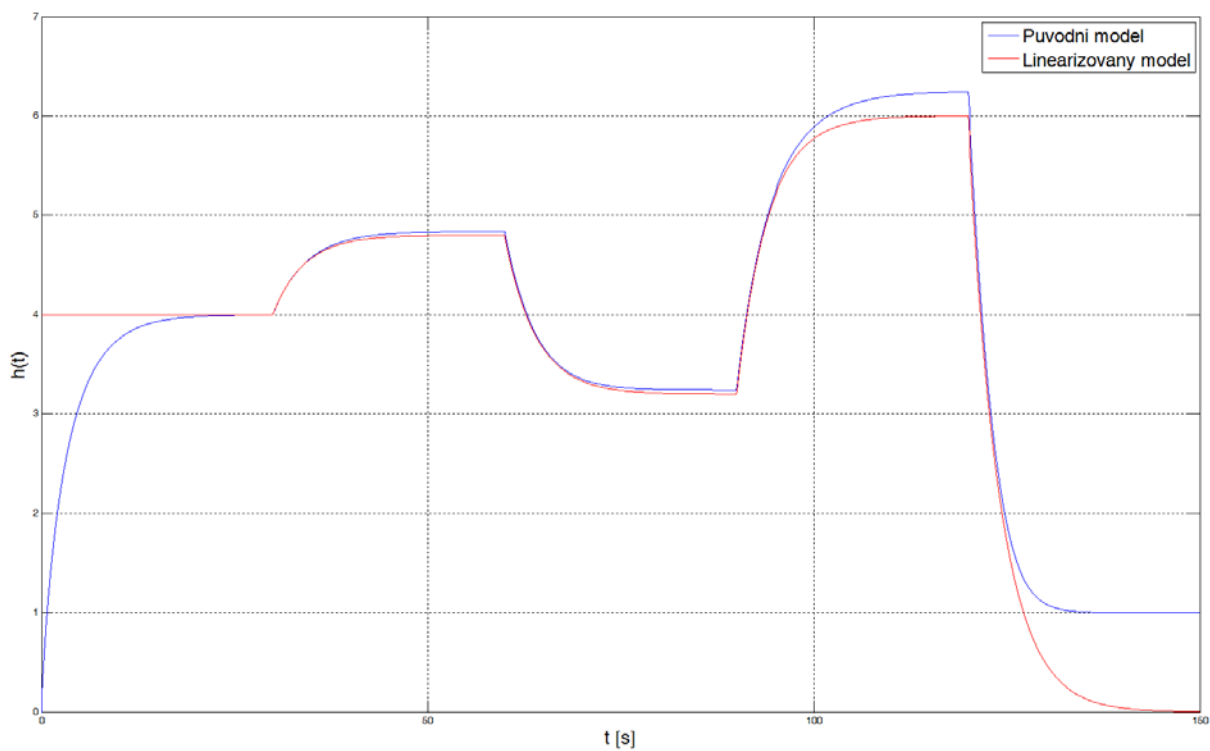
Otevřete model *example_1_2_2_schema.mdl*. Spuště simulaci, je vidět průběh pro $Q_1 = 2$.

Popis řešení:

- 1) Pravý klik na linku $Q_1 \rightarrow$ Linearization Points $\rightarrow$ Input Point
- 2) Pravý klik na linku $h \rightarrow$ Linearization Points $\rightarrow$ Output Point
- 3) Tools $\rightarrow$ Control Design $\rightarrow$ Linear Analysis
- 4) Strom Operating Points $\rightarrow$ Compute Linearization Points $\rightarrow$ nechat Steady
- 5) State $\rightarrow$ stisknout tlačítko. Compute Operating Points
- 6) Strom Linearization Task $\rightarrow$ Operating Points $\rightarrow$ radiobutton Linearize at one or more of the following operating points ... $\rightarrow$ klik Operating Point (musí zmodrat) $\rightarrow$ stisknout Linearize Model
- 7) Rozkliknout Strom Linearization task $\rightarrow$ Model (matice ss modelu)
- 8) Export to Workspace
- 9) Otevřete model *example_1_2_2_porovnani.mdl*, viz Obr. 1.5. Můžeme sledovat porovnání odezvy na vstupní signál pro původní a linearizovaný model pomocí nástroje Linear analysis, viz Obr. 1.6.



Obr. 1.5. Schéma v Simulinku pro porovnání původního a linearizovaného modelu



Obr. 1.6. Porovnání odezvy na vstupní signál pro původní a linearizovaný model

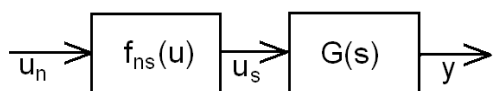


CD-ROM

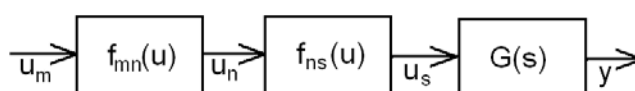
Linearizace pomocí nástroje Linear Analysis je zdokumentována v souboru *Animace01*.

□ Hammersteinův model

Pro lineární soustavu platí, že hodnoty v ustálených stavech jsou přímo úměrné velikosti vstupního intervalu a statická charakteristika je popsána přímkou. Průběh statické charakteristiky u některých reálných soustav může být vyjádřen ve tvaru polynommické funkce. Pro takové soustavy je možné použít tzv. Hammersteinův model. Jeho struktura sestává ze statické nelineární charakteristiky a dynamického lineárního systému, viz Obr. 1.6., kde u_s značí ustálené stavy a u_n označuje hodnotu vstupního signálu. Linearizace spočívá v předřazení bloku $f_{ln}(u)$, který nelineární charakteristiku narovná, viz Obr. 1.7.



Obr. 1.6. Hammersteinův model

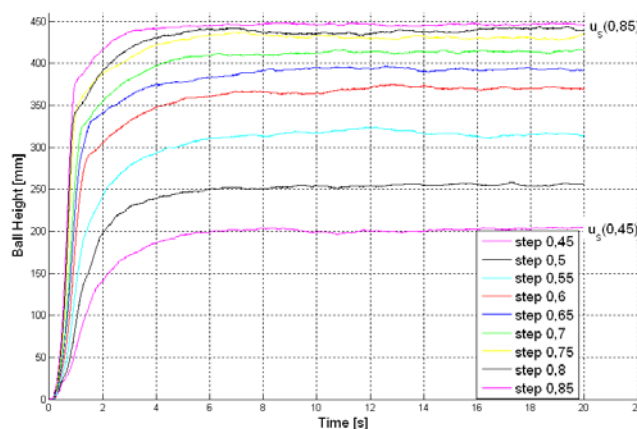


Obr. 1.7. Hammersteinův model s linearizovanou statickou charakteristikou



Řešený příklad 1.2.3

Zadání: Linearizujte statickou charakteristiku pomocí Hammersteinova modelu pro soustavu, u které byla provedena sada měření přechodové charakteristiky pro různé hodnoty skokových změn, viz Obr. 1.8.



Obr. 1.8. Naměřené hodnoty přechodové charakteristiky

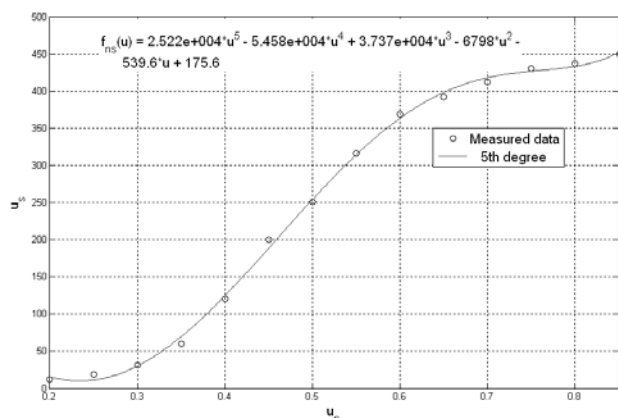
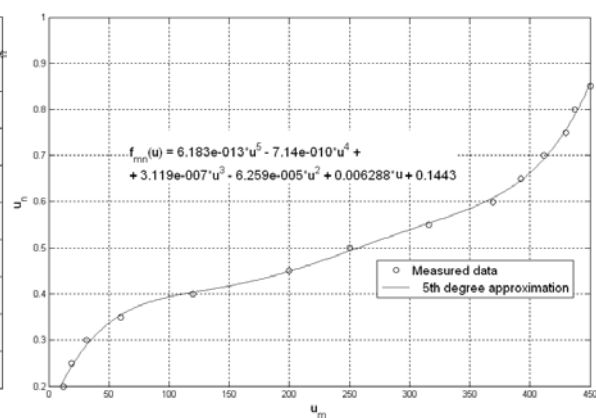
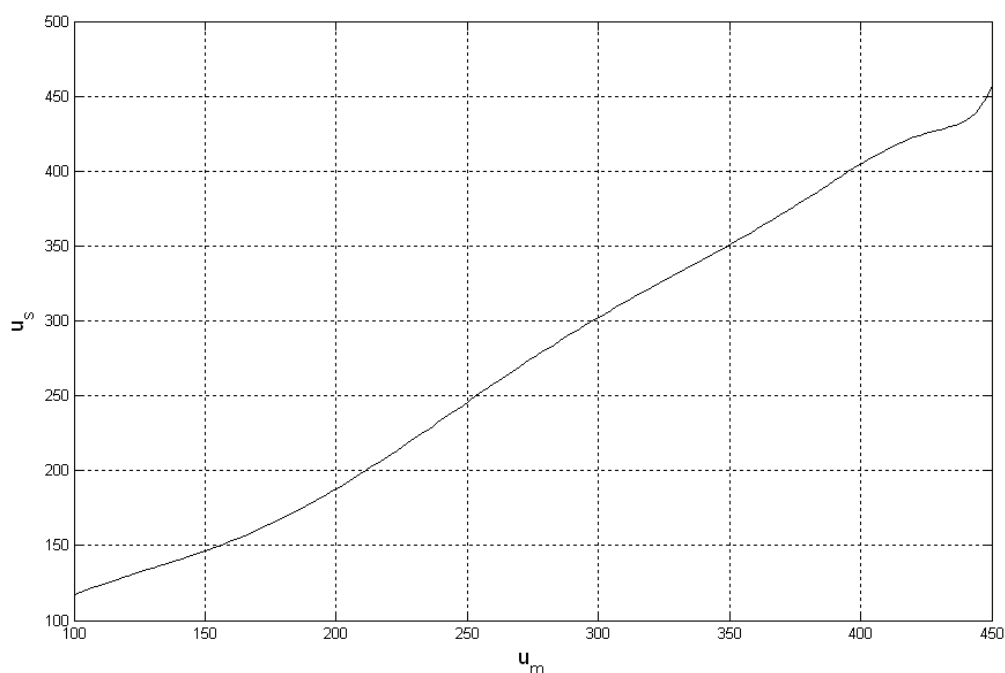
Řešení:

Polynommická funkce $f_{ns}(u)$ byla stanovena jako aproximace v naměřených bodech statické charakteristiky, viz Obr. 1.9, stejně jako inverzní funkce $f_{ln}(u)$, viz Obr. 1.10. Dosažený výsledek linearizace statické charakteristiky je patrný z Obr. 1.11.

Vzorce pro polynomy $f_{ns}(u)$ a $f_{ln}(u)$:

$$f_{ns}(u) = 2,522 \cdot 10^4 u^5 - 5,458 \cdot 10^4 u^4 + 3,737 \cdot 10^4 u^3 - 6798 u^2 - 539,6 u + 175,6$$

$$f_{ln}(u) = 6,183 \cdot 10^{-13} u^5 - 7,14 \cdot 10^{-10} u^4 + 3,119 \cdot 10^{-7} u^3 - 6,259 \cdot 10^{-5} u^2 + 0,006288 u + 0,11443$$


 Obr. 1.9. Polynomická funkce $f_{ns}(u)$

 Obr. 1.10. Polynomická funkce $f_{mn}(u)$


Obr. 1.11. Linearizovaná statická charakteristika

Identifikace

Pro správný návrh regulátoru v regulačním obvodu je důležitá správná identifikace soustavy, jež bude navrženým regulátorem regulována. Zatím byly probrány způsoby popisu, ale nebyl probrán vlastní proces identifikace soustavy. Identifikaci soustav lze provést dvojím způsobem:

- Analytickou identifikací
- Experimentální identifikací

Při analytické identifikaci soustav je důležitá dokonalá znalost identifikovaného procesu – soustavy. To znamená, že soustava je popsána na základě vnitřního popisu. Vlastnosti soustav jsou již popsány ve stádiu projektu řízení dané technologie nebo procesu. S výhodou lze pak opakovaně využít tento popis při realizaci obdobných soustav.

Při experimentální identifikaci soustav nejsou vyžadovány podrobné znalosti o procesech, které v systému probíhají. Výsledky identifikace jsou použitelné pouze pro danou soustavu, neboť pro vytváření matematického modelu se využívá vnější popis.

□ Identifikace systému v prostředí Matlab

System Identification Toolbox je nástroj, který umožňuje vytvoření zjednodušeného modelu složitějšího systému na základě změřených vstupních a výstupních dat s šumem i bez šumu. Jednou z možností tohoto toolboxu je pružné grafické uživatelské rozhraní, které umožňuje organizaci dat a modelů. Toto grafické uživatelské rozhraní se otevře pomocí příkazu `ident` v Matlabu. Identifikační techniky obsažené v tomto toolboxu jsou užitečné jak pro aplikace pro návrh řídicích systémů, tak i pro zpracování signálu (buď pro jejich časovou analýzu, nebo pro vibrační analýzu). Problematika identifikace je velmi rozsáhlá, v tomto učebním textu je demonstrován univerzální postup.



Řešený příklad 1.2.4

Zadání: Identifikujte systém, u kterého byla změřena přechodová charakteristika.

Řešení:



CD-ROM

Příkazem `ident` spusťte prostředí *Ident* a otevřete soubor *example_1_2_4_podklad.sid*. Pro porovnání měřených a identifikovaných dat spusťte *example_1_2_4_podklad.m*. Práce s nástrojem *Ident* je zdokumentována v souboru *Animace02*.



Shrnutí pojmů 1.2

Linearizace – proces, který vede na nalezení ekvivalentu nelineární soustavy pomocí lineárního popisu v pracovním bodě.

Identifikace – proces nalezení matematického popisu ekvivalentu popisu reálné soustavy.

2. STANDARDNÍ PID REGULÁTOR A JEHO MODIFIKACE

2.1. Základní tvary PID a PSD regulátoru



Čas ke studiu: 2 hodiny



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět
definovat základní tvary PID regulátoru
popsat dynamické vlastnosti PID regulátoru
vypočítat přenos PSD regulátoru



Výklad

□ Standardní tvar, ISA algoritmus, regulátor bez interakce

$$G_{R1}(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)$$

K_p - proporcionální složka

T_I - integrační časová konstanta

T_D - derivační časová konstanta

□ Sériový tvar, regulátor s interakcí

$$G_{R2}(s) = K_p' \left(1 + \frac{1}{T_I' s} \right) \cdot (1 + T_D' s)$$

Lze převést na standardní tvar

□ Paralelní tvar

$$G_{R3}(s) = r_p + \frac{r_I}{s} + r_D s$$

r_p - zesílení

r_I - integrační konstanta

r_D - derivační konstanta

Převod konstant mezi standardním tvarem a paralelním tvarem

$$r_p = K_p$$

$$r_I = \frac{K_p}{T_I}$$

$$r_D = K_p \cdot T_D$$

□ Dynamické vlastnosti lineárních spojitých regulátorů

P regulátor

Nejjednodušším regulátorem je proporcionální regulátor. Typickým představitelem tohoto typu regulátoru je (ideální) zesilovač (ideální ve smyslu, že statická charakteristika je lineární a bez omezení a dynamické vlastnosti zesilovače se se vzrůstajícím kmitočtem zpracovávaného signálu nemění). Akční veličina na výstupu regulátoru je proporcionální (přímo úměrná) regulační odchylce na vstupu regulátoru. Akční veličinu na výstupu z regulátoru lze vyjádřit vztahem

$$u(t) = r_0 \cdot e(t)$$

I regulátor

Další základní typ regulátoru je integrační regulátor. Je to regulátor, který i při nulovém vstupním signálu (regulační odchylce) má nenulový výstup. Akční veličinu na výstupu regulátoru lze vyjádřit vztahem

$$u(t) = r_i \cdot \int_0^t e(t) \cdot dt + u(0)$$

D regulátor

Dalším regulátorem je derivační regulátor, který nelze samostatně fyzikálně realizovat. Používá se pouze ve složených typech regulátorů PD, PID. Výstup regulátoru (akční veličina) je přímo úměrný derivaci regulační odchylky (vstupní veličině). Nese informaci o budoucích hodnotách regulační odchylky. Zavádí se pro urychlení přechodového děje a do určité míry předvídá změny, které teprve nastanou. Akční veličinu na výstupu regulátoru lze vyjádřit vztahem

$$u(t) = r_d \frac{de(t)}{dt}$$

PD regulátor

Proporcionálně derivační regulátor je složený regulátor. Výstupní veličina regulátoru (akční veličina) je složena ze dvou složek, z nichž jedna je úměrná regulační odchylce a druhá její derivaci. Akční veličinu na výstupu regulátoru lze vyjádřit vztahem

$$u(t) = r_0 \cdot e(t) + r_d \frac{de(t)}{dt}$$

PI regulátor

Proporcionálně integrační regulátor je složený regulátor. Obdobně jako v předchozím případě ve výstupní, akční veličině jsou zastoupeny dvě složky, a to proporcionální a integrační, z nichž jedna je úměrná regulační odchylce a druhá jejímu integrálu. Akční veličinu na výstupu regulátoru lze vyjádřit vztahem

$$u(t) = r_0 \cdot e(t) + r_i \cdot \int_0^t e(t) \cdot dt + u(0)$$

PID regulátor

Proporcionálně integračně derivační regulátor je složený regulátor. Je spolu s PI regulátorem nejpoužívanějším regulátorem z uvedených základních typů regulátorů a má ve výstupním (akčním) signálu obsaženy všechny **tři složky**, z nichž **první** je **úměrná regulační odchylce**, **druhá** jejímu **integrálu** a **třetí** její **derivaci**. Akční veličinu na výstupu regulátoru lze vyjádřit vztahem

$$u(t) = r_0 \cdot e(t) + r_d \cdot \frac{de(t)}{dt} + r_i \cdot \int_0^t e(t) \cdot dt + u(0)$$



CD-ROM

Činnost PID regulátoru je zdokumentována na příkladu řízení fyzikálního modelu vrtulníku v souboru *Video_03*. Na tomto videu je také demonstrováno nevhodné nastavení PID regulátoru.

□ Ukázka odvození diferenční rovnice PID regulátoru pro dopřednou obdélníkovou metodu (DOBD)

Spojité idealizovaný PID regulátor se většinou popisuje ve tvaru

$$u(t) = K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_D \frac{de(t)}{dt} \right]$$

Rovnici lze pomocí Laplaceovy transformace převést na tvar

$$U(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) E(s)$$

kde s označuje operátor Laplaceovy transformace. Z rovnice (3.5) lze určit přenos PID regulátoru

$$G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)$$

1) Polohový algoritmus v případě DOBD:

$$u(k) = K_p \left\{ e(k) + \frac{T_0}{T_I} \sum_{i=1}^k e(i) + \frac{T_D}{T_0} [e(k) - e(k-1)] \right\}$$

2) Přírůstkový algoritmus v případě DOBD:

$$u(k) = \Delta u(k) + u(k-1)$$

$$\Delta u(k) = K_p \left\{ e(k) - e(k-1) + \frac{T_0}{T_I} e(k) + \frac{T_D}{T_0} [e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)] \right\}$$

$$u(k) = K_p \left\{ e(k) - e(k-1) + \frac{T_0}{T_I} e(k) + \frac{T_D}{T_0} [e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)] \right\} + u(k-1)$$

□ Převod přenosu PID regulátoru v Laplaceově transformaci na přenos PSD regulátoru v z-transformaci

Přepokládejme standardní tvar PID regulátoru ve formě

$$G_{PID}(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)$$

T_0 ... zvolená perioda vzorkování

ZOBD... zpětná obdélníková metoda

DOBD... dopředná obdélníková metoda

ZOBD... lichoběžníková metoda

Přenos PSD regulátoru je potom dán tvary:

$$G_{PSD}(z) = \frac{d_0 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}}$$

$$G_{PS}(z) = \frac{d_0 + d_1 z^{-1}}{1 - z^{-1}}$$

$$G_{PD}(z) = d_0 + d_1 z^{-1}$$

Na základě zvolené metody můžeme stanovit koeficienty přenosu PSD regulátoru takto:

	DOBD	ZOBD	LICHO
d_0	$K_P(1 + \frac{T_D}{T_0})$	$K_P(1 + \frac{T_0}{T_I} + \frac{T_D}{T_0})$	$K_P(1 + \frac{T_0}{2T_I} + \frac{T_D}{T_0})$
d_1	$-K_P(1 - \frac{T_0}{T_I} + \frac{2T_D}{T_0})$	$-K_P(1 + \frac{2T_D}{T_0})$	$-K_P(1 - \frac{T_0}{2T_I} + \frac{2T_D}{T_0})$
d_2	$K_P \frac{T_D}{T_0}$	$K_P \frac{T_D}{T_0}$	$K_P \frac{T_D}{T_0}$



Řešený příklad 2.2.1

Zadání: Přenos PID regulátoru v Laplaceově transformaci v paralelním tvaru je

$$G_{PID}(s) = P + \frac{I}{s} + D \cdot s, \text{ kde } P = 1; I = 0,5; D = 0,1$$

Stanovte přenos PSD regulátoru použitím DOBD a ZOBD při periodě vzorkování $T_0 = 0,1s$

Řešení:

$$Gr(s) = P + \frac{I}{s} + D \cdot s = P \cdot \left(1 + \frac{I}{P \cdot s} + \frac{D}{P} \cdot s \right)$$

$$K_P = P = 1$$

$$T_I = \frac{P}{I} = \frac{1}{0,5} = 2$$

$$T_D = \frac{D}{P} = \frac{0,1}{1} = 0,1$$

$$G_{PSD}(z) = \frac{d_0 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}}$$

DOBD:

$$d_0 = K_P \left(1 + \frac{T_D}{T_0} \right) = 1 \left(1 + \frac{0,1}{0,1} \right) = 2$$

$$d_1 = -K_P \left(1 - \frac{T_0}{T_I} + 2 \frac{T_D}{T_0} \right) = -1 \left(1 - \frac{0,1}{2} + 2 \frac{0,1}{0,1} \right) = -2,95$$

$$d_2 = K_P \frac{T_D}{T_0} = 1 \frac{0,1}{0,1} = 1$$

$$G_{PSD}(z) = \frac{2 - 2,95z^{-1} + z^{-2}}{1 - z^{-1}}$$

ZOBD:

$$d_0 = 1 \left(1 + \frac{0.1}{0.1} + \frac{0.1}{2} \right) = 2.05$$

$$d_1 = -1 \left(1 + 2 \frac{0.1}{0.1} \right) = -3$$

$$d_2 = 1$$

Poznámka: převod mezi spojitými a diskrétními systémy se dá rovněž provést substitucemi

$s = \frac{z-1}{T}$ odpovídající DOBD (forward rectangular rule)

$s = \frac{z-1}{Tz}$ odpovídající ZOBD (backward rectangular rule)

$s = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}$ odpovídající Tustinově metodě (Trapezoid rule)



Shrnutí pojmů 2.1

Dynamické vlastnosti lineárních spojitých regulátorů – u každého typu regulátoru existuje integrodiferenciální rovnice, která popisuje vztah mezi vstupem regulátoru (regulační odchylkou) a jeho výstupem (akčním zásahem).



Otázky 1.2

1. Proč nelze realizovat ideální PD a PID regulátor?
2. Co ovlivňuje hodnota zvolené periody vzorkování při převodu z PID na PSD přenos?

2.2. Modifikace PID regulátoru



Čas ke studiu: 4 hodiny



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

popsat základní modifikace PID regulátoru používané v praxi
demonstrovat činnost beznárazového připojení, navrhnout regulátor pro soustavy s dopravním zpožděním



Výklad

□ Filtrace derivační složky

Setrvačný člen prvního řádu

Doplnění derivačního členu ve spojitě PID funkci o setrvačný člen prvního řádu, tedy diskrétní realizace přenosu analogového PID regulátoru ve tvaru

$$G_R(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s}{\tau s + 1} \right)$$

Přenos tohoto spojitého PID regulátoru, v němž člen pro derivaci obsahuje setrvačný člen prvního řádu, se převede standardními metodami přibližné diskretizace do diskrétního tvaru.

□ Náhrada derivace průměrnou diferencí

Náhrada spojitě derivace čtyřbodovou střední diferencí pomocí vztahu

$$\Delta e_D(k) = \frac{1}{6} \cdot [e(k) + 3 \cdot e(k-1) - 3 \cdot e(k-2) - e(k-3)]$$

Odvození přírůstkového algoritmu (DOBD) pomocí čtyřbodové difference

$$\begin{aligned} u(k) &= K_P \left\{ e(k) - e(k-1) + \frac{T_0}{T_I} e(k) + \frac{T_D}{T_0} \cdot (1 - z^{-1}) \cdot \Delta e_D(k) \right\} + u(k-1) = \\ &= K_P \left\{ e(k) - e(k-1) + \frac{T_0}{T_I} e(k) + \frac{T_D}{T_0} \cdot (1 - z^{-1}) \cdot \frac{1}{6} [e(k) + 3 \cdot e(k-1) - 3 \cdot e(k-2) - e(k-3)] \right\} + \\ &u(k-1) = K_P \left\{ e(k) - e(k-1) + \frac{T_0}{T_I} e(k) + \right. \\ &\left. + \frac{T_D}{T_0} \cdot \left[\frac{1}{6} [e(k) + 3 \cdot e(k-1) - 3 \cdot e(k-2) - e(k-3) - e(k-1) - 3 \cdot e(k-2) + 3 \cdot e(k-3) + e(k-4)] \right] \right\} + \\ &u(k-1) = K_P \left\{ e(k) - e(k-1) + \frac{T_0}{T_I} e(k) + \right. \\ &\left. + \frac{T_D}{6 \cdot T_0} \cdot [e(k) + 2 \cdot e(k-1) - 6 \cdot e(k-2) - 2 \cdot e(k-3) - e(k-4)] \right\} + u(k-1) \end{aligned}$$

Výsledný vztah pro akční zásah pro $u(k)$ je tedy ve tvaru:

$$\begin{aligned} u(k) &= K_P \left\{ e(k) - e(k-1) + \frac{T_0}{T_I} \cdot e(k) + \frac{T_D}{6 \cdot T_0} \cdot (e(k) + 2 \cdot e(k-1) - 6 \cdot e(k-2) + \right. \\ &\left. + 2 \cdot e(k-3) + e(k-4)) \right\} + u(k-1) \end{aligned}$$

nebo po úpravě

$$u(k) = q_0 \cdot e(k) + q_1 \cdot e(k-1) + q_2 \cdot e(k-2) + q_3 \cdot e(k-3) + q_4 \cdot e(k-4) + u(k-1),$$

Kde

$$\begin{aligned} q_0 &= K_P \cdot \left(1 + \frac{T_0}{T_I} + \frac{T_D}{6 \cdot T_0} \right) \quad q_1 = -K_P \cdot \left(1 - \frac{T_D}{3 \cdot T_0} \right) \quad q_2 = -K_P \cdot \left(\frac{T_D}{T_0} \right) \quad q_3 = K_P \cdot \left(\frac{T_D}{3 \cdot T_0} \right) \\ q_4 &= K_P \cdot \left(\frac{T_D}{6 \cdot T_0} \right) \end{aligned}$$

□ Diskrétní analogie spojitého filtru

Pro filtraci zpracovávaných diferenční složkou v současných algoritmech číslicové regulace se stále častěji používá diskrétní analogie spojitého filtru. Derivační složka má pak tvar

$$D(s) = K_p \frac{T_D s}{T_f s + 1},$$

$$\text{kde } T_f = \frac{T_D}{\alpha}$$

Běžně se volí $\alpha = 10$, tzn. časová konstanta filtru D-složky je desetkrát menší než derivační časová konstanta. Diskretizací získáme diferenční vztah pro derivační složku

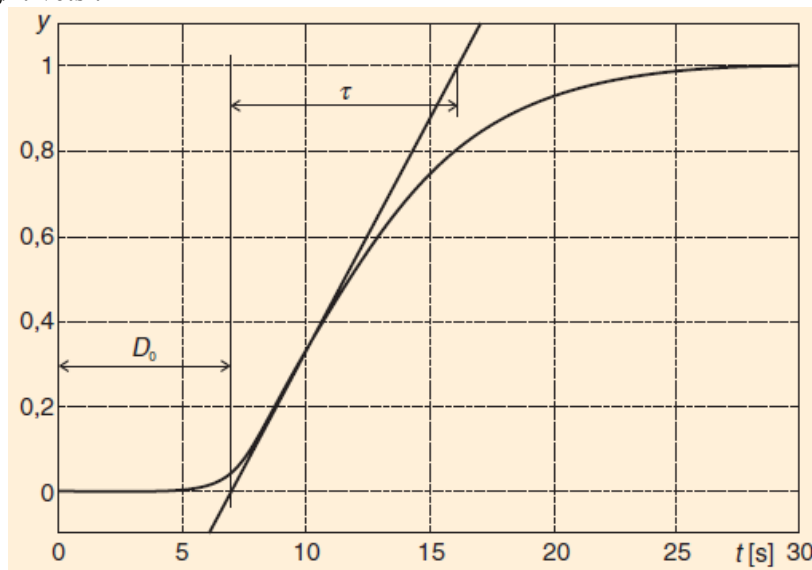
$$d(k) = \frac{T_D \cdot d(k-1) + K_p \cdot T \cdot \alpha [e(k) - e(k-1)]}{T_D + \alpha \cdot T_0}$$

□ Smithův prediktor

Jednoduché vylepšení standardního PI(D) regulátoru navrhl již v roce 1957 Otto J. M. Smith. Úprava spočívá v přidání přenosu, který obsahuje model řízené soustavy do další zpětné vazby kolem regulátoru (Smithův prediktor). Používá se pro řízení soustav s velkým dopravním zpožděním. Dopravní zpoždění se v regulační smyčce projevuje tak, že regulovaná veličina začne na změnu akční veličiny reagovat až po uplynutí určité doby. Důležitým vodítkem při rozhodování, zda použít regulátor se Smithovým prediktorem, je míra dobré regulovatelnosti systému.

Řízené soustavy lze rozdělit na dobře a špatně regulovatelné podle poměru doby průtahu D_0 a doby náběhu τ . Tyto doby můžeme odečíst, příp. odhadnout, z přechodové charakteristiky řízeného systému. Na Obr. 2.1. je přechodová charakteristika systému se zpožděním 5 s a časovými konstantami 2, 2,5 a 3 s. Z obrázku je zřejmý způsob nalezení hodnot doby průtahu a náběhu pomocí přímky, která je proložena inflexním bodem přechodové charakteristiky. Za špatně regulovatelné systémy označíme ty, u kterých je doba průtahu větší než polovina doby náběhu, $D_0 > 0,5 \tau$.

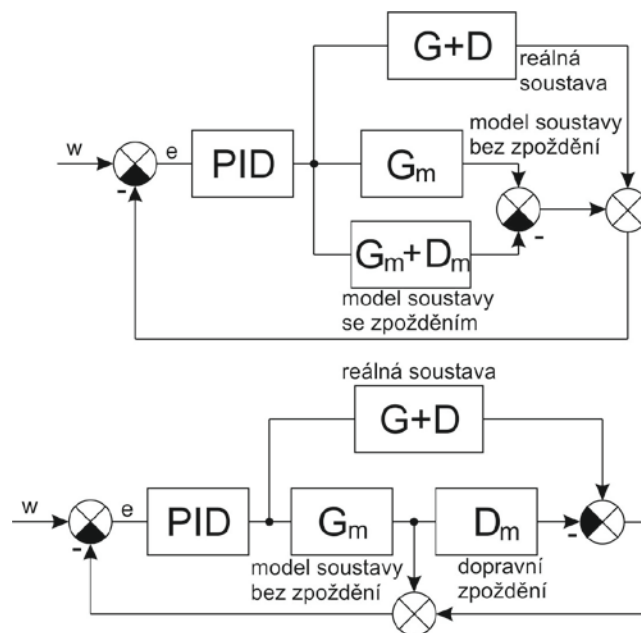
Zatímco pro dobře regulovatelné systémy nepřinese použití Smithova prediktoru zlepšení kvality řízení, u špatně regulovatelných systémů je kvalita řízení při použití prediktoru výrazně lepší, a to tím čím je poměr D_0/τ větší.



Obr. 2.1. Určení doby průtahu a doby náběhu

Regulace pomocí Smithova prediktivního regulátoru je založena na znalosti modelu řízené soustavy. Principem je rozložení řízení soustavy na dvě části. Těmi jsou soustava bez dopravního zpoždění a samotné dopravní zpoždění. Na reálné soustavě je však měřitelná pouze regulovaná veličina ovlivněná dopravním zpožděním. Z modelu soustavy je však možné odhadnout hodnotu výstupní veličiny neovlivněnou zpožděním, která se zavede do regulátoru.

Samotný regulátor lze tudíž navrhnout pro soustavu bez dopravního zpoždění, takže může být nastaven mnohem přesněji. Pro kompenzaci nepředvídatelných poruch se odhadne hodnota regulované veličiny ovlivněná zpožděním v modelu, která se porovná s naměřenou skutečnou hodnotou řízené veličiny. Rozdíl je pak zaveden zpět do regulátoru. Pro odpovídající výsledky regulace je nutné znát dopravní zpoždění reálného procesu poměrně přesně. Schéma zapojení Smithova prediktoru v regulačním obvodu je znázorněno na Obr. 2.2.



Obr. 2.2. Schéma zapojení Smithova prediktoru v regulačním obvodu



CD-ROM

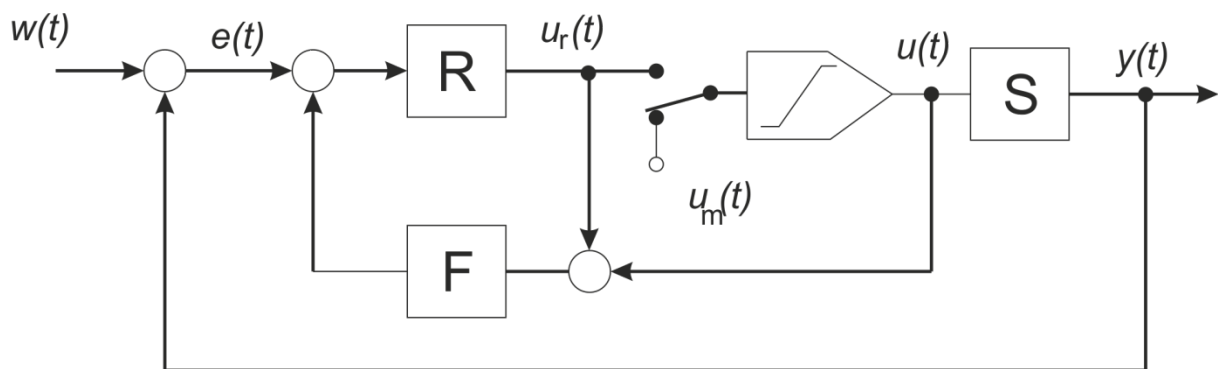
Prostudujte si zdrojové soubory *example_2_2_5_schema.mdl*. Obsahují zapojení schémat v Simulinku odpovídající struktuře na Obr. 2.2.

□ Beznárazové přepínání

V praxi se velmi často setkáváme s potřebou omezit přechodový jev vzniklý při přechodu z ručního ovládání regulované soustavy na automatickou regulaci. Regulátor, jehož výstup není při ručním ovládání zapojen na regulovanou soustavu, dostává na svůj vstup regulační odchylku, kterou nemůže ovlivnit a jeho integrační složka tedy integruje do nepřijatelné úrovně oproti očekávané úrovni akční veličiny. Při zapojení regulátoru do obvodu tedy vznikne zbytečný přechodový jev („náraz“, angl. „bump“), často velmi výrazný. Existuje mnoho zapojení regulátorů, která náraz eliminují, např. odpojení vstupu integračního členu od regulační odchylky a jeho přímé ruční řízení. Po zapojení regulátoru je na něm tedy naintegrovaná právě taková hodnota, která odpovídá vstupní hodnotě regulované soustavy před přepnutím do automatického provozu. Princip dalšího z často používaných

zapojení je na Obr. 2.3. Běžný regulační obvod (regulátor R , regulovaná soustava S , akční člen regulátoru s omezením výstupu) je doplněn pomocným blokem F a přepínačem mezi akční veličinou regulátoru u_r a signálem ručního řízení u_m . Pro jednoduchost předpokládejme, že akční člen má v lineární oblasti charakteristiky jednotkové zesílení. Je-li přepínač v horní poloze (automatické řízení) a akční člen není nasycen, $u = u_r$ a vstupní signál pomocného bloku F je nulový.

Je-li přepínač v dolní poloze, je soustava řízena ručně signálem u_m a pomocný blok F funguje jako regulátor výstupní akční veličiny regulátoru u_r . Je-li zesílení bloku F dostatečně velké, převládne jeho výstupní veličina svým vlivem nad regulační odchylkou e a obvod udržuje přibližně $u_r = u$. Tím je zabráněno nárazu při přepnutí do automatického provozu. Podobně funguje obvod při automatické regulaci a nasycení akčního členu, kdy limituje wind-up efekt. Je-li totiž akční člen nenasyčen, je $u_r = u$ a vstupní signál bloku F je nulový. Při nasycení udržuje zpětná vazba přes blok F přibližně $u_r = u$ a zabraňuje tak wind-up efektu.

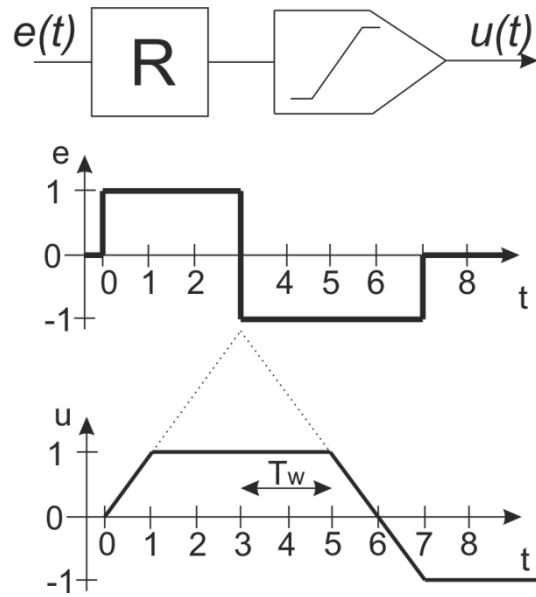


Obr.2.3. Beznárazové připojení

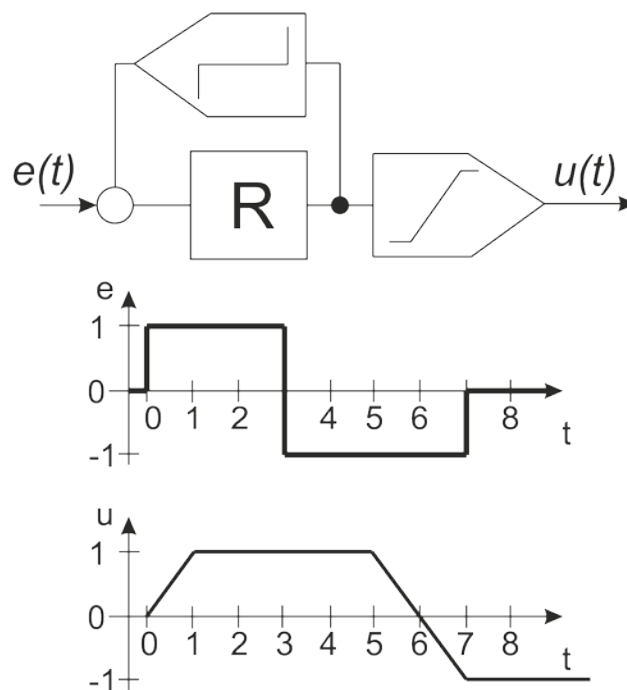
Zajištění beznárazového připojení pro číslicový PID regulátor: u přírůstkového algoritmu se využívá toho, že sám algoritmus z povahy své funkce vyžaduje zjistit mechanismus načítání přírůstku $\Delta u(k)$ k poslední hodnotě akční veličiny $u(k-1)$, které probíhá v každém kroku. Stačí pouze zajistit, aby se do paměti ukládala poslední hodnota bez ohledu na to, v jakém režimu (a jak) byla vygenerována. Změna režimu se projeví pouze ve změně způsobu generování přírůstku $\Delta u(k)$.

□ Antiwind-up

Antiwind-up je z angličtiny převzatý a v praxi používaný termín pro opatření, která mají zabránit pokračující integraci (načítání) při generování akční veličiny poté, co akční veličina dosáhla mezí realizovatelné hodnoty (akční člen se dostal do saturace). Lineární teorie je vynikajícím nástrojem analýzy i syntézy, příroda je však nelineární.



Obr.2.4. Windup efekt



Obr. 2.5. Omezení integrační složky v centrálním členu regulátoru

Typickou nelinearitou je výkonové omezení akční veličiny jinak lineárního regulátoru. U regulátoru typu P nebo PD nemá toto omezení vliv na dynamické chování regulátoru a může ovlivnit pouze dynamiku celého regulačního obvodu. Jinak je tomu u regulátorů s integračním kanálem (PI, PID, I). Na Obr. 2.4. vidíme odezvu u regulátoru typu I (prostého integrátoru) s omezením v akčním členu na dva obdélníkové pulsy různých polarit vstupní veličiny e . Vidíme, že díky omezení v akčním členu je reakce regulátoru na změnu polarity vstupního signálu opožděna o časový interval T_w . Tento jev se v odborné literatuře nazývá wind-up („navíjení“, neboť je podobný jevu, který nastává při navíjení volně ležícího lana při zvedání břemene) a vzhledem ke své závažnosti je předmětem intenzivního studia. Existuje celá řada metod odstranění wind-up efektu. Nejjednodušší nápravou wind-up efektu je omezení integrační složky v centrálním členu regulátoru na úroveň omezení v akčním členu - viz Obr.

2.5. Omezení se může realizovat např. omezením výstupního signálu operačního zesilovače jinak lineárního regulátoru. Obsahuje-li pak takový regulátor též derivační složku, případný Diracův impuls při skokové změně vstupu se změní na obdélníkový puls o stejné ploše, který projde výkonovým členem bez omezení.

Opatření pro odstranění wind-up efektu pro číslicový PID regulátor: u přírůstkových algoritmů se provádí omezení vypočtené hodnoty akční veličiny na interval (u_{min}, u_{max}) a v hodnotě $u(k-1)$ se uchovává hodnota pouze z tohoto intervalu. Je-li $u(k)$ rovno některé z mezních hodnot, setrvává na této hodnotě, dokud se nezmění znaménko přírůstku $\Delta u(k)$, které přivedly akční veličinu na mezní hodnotu. Protože změna znaménka $\Delta u(k)$ je dána změnou znaménka regulační odchylky, „odpoutá“ se hodnota $u(k)$ od mezní hodnoty v tom kroku, ve kterém dojde ke změně znaménka regulační odchylky.



CD-ROM

Wind-up efekt na reálné soustavě (fyzikálním modelu motorku) a způsob jeho potlačení je dokumentován v souboru *Video_04*. Zdrojové soubory jsou umístěny v adrešři *Program_13*.

□ Potlačení důsledků skokových změn žádané hodnoty (regulovaná veličina do proporcionální a derivační složky)

Aby se potlačil vznik velkých a rychlých změn akční veličiny, ke kterým dochází v důsledku rychlých změn žádané veličiny, je vhodné zabránit jejich přenosu přes proporcionální a derivační složku diskrétní náhrady PID regulátoru.

Potlačení pouze v derivační složce:

$$u(k) = K_p \left\{ e(k) - e(k-1) + \frac{T_0}{T_I} e(k) + \frac{T_D}{T_0} [-y(k) + 2y(k-1) - y(k-2)] \right\} + u(k-1)$$

Změny amplitudy akční veličiny se ještě sníží, je-li řídicí proměnná $w(k)$ obsažena jen v integrační složce (potlačení i okamžité reakce proporcionální složky)

$$u(k) = K_p \left\{ -y(k) - y(k-1) + \frac{T_0}{T_I} [w(k) - y(k)] + \frac{T_D}{T_0} [-y(k) + 2y(k-1) - y(k-2)] \right\} + u(k-1)$$

Z tohoto tvaru algoritmu PSD regulátoru je vidět důležitý význam sumační (u spojitých systémů integrační) složky. Regulátor bude v činnosti tak dlouho, pokud nebude $w(k) - y(k) = 0$ a zabezpečuje tak dosažení stavu $w(k) = y(k)$, tedy nulové trvalé regulační odchylky. Bez S složky bude obvod pracovat s trvalou regulační odchylkou, stejně jako tomu je u spojitých systémů.



Řešený příklad 2.2.1

Zadání: Sestavte schéma v Simulinku, které bude reprezentovat obvod s filtrací derivační složky

Řešení:

**CD-ROM**Prostudujte si zdrojové soubory *example_2_2_1_schema.mdl*.**Řešený příklad 2.2.2****Zadání:** Sestavte schéma v Simulinku, které bude reprezentovat obvod s beznárazovým připojením.

Řešení:

**CD-ROM**Prostudujte si zdrojové soubory *example_2_2_2_schema.mdl*.**Řešený příklad 2.2.3****Zadání:** Sestavte schéma v Simulinku, které bude reprezentovat obvod s wind-up efektem a s opatřením na jeho odstranění.

Řešení:

**CD-ROM**Prostudujte si zdrojové soubory *example_2_2_3_schema.mdl*.**Řešený příklad 2.2.4****Zadání:** Sestavte schéma v Simulinku, které bude reprezentovat průběh regulace soustavy s dopravním zpožděním za použití Smithova prediktoru. Porovnejte s případem, kdy Smithův prediktor chybí. Reálná regulovaná soustava s dopravním zpožděním má přenos:

$$G = \frac{3}{(5 \cdot s + 1) \cdot (0,5 \cdot s + 1)} \cdot e^{-5 \cdot s}$$

Dopravní zpoždění regulované soustavy je tedy 5 sekund.

Řešení:

**CD-ROM**

Prostudujte si následující zdrojové soubory:

example_2_2_4_main_bezSP.mdl + example_2_2_4_proces_bezSP.mdl

example_2_2_4_main_v1.mdl + example_2_2_4_proces_v1.mdl

example_2_2_4_main_v2.mdl + example_2_2_4_proces_v2.mdl

Popis řešení:

Model regulované soustavy bez zpoždění má přenos:

$$G_{mz} = \frac{3}{(5 \cdot s + 1) \cdot (0,5 \cdot s + 1)}$$

Model regulované soustavy se zpožděním má přenos:

$$G_m = \frac{3}{(5 \cdot s + 1) \cdot (0,5 \cdot s + 1)} \cdot e^{-5 \cdot s}$$

Ve schématech se používá model bez dopravního zpoždění i s dopravním zpožděním.

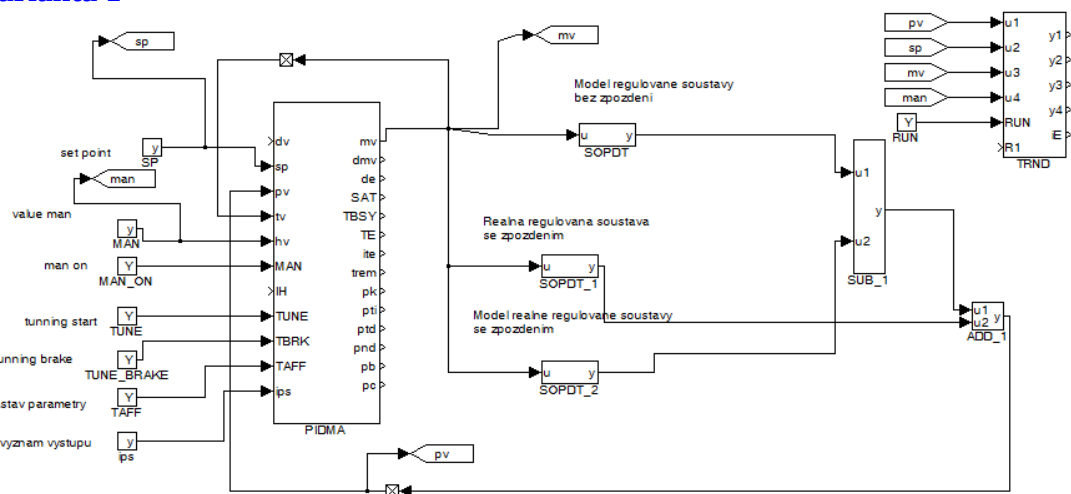
Vytvořené varianty

Varianta 1: model regulované soustavy se zpožděním a model bez zpoždění (viz Obr. 2.2 horní část)

Varianta 2: model bez zpoždění a samotné dopravní zpoždění (viz Obr. 2.2 dolní část). Odezva celkového modelu regulované soustavy (i s dopravním zpožděním) je pak v této variantě získána na výstupu z bloku dopravního zpoždění.

Varianta 3: slouží pro porovnání regulace se Smithovým prediktorem obou variant a regulace bez prediktoru.

□ Varianta 1



Obr. 2.6. Schéma se Smithovým prediktorem, varianta 1

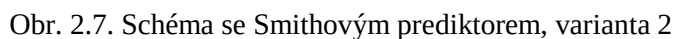
V zapojení je použit funkční blok PIDMA (PID regulátor s momentovým autotunerem). Místo tohoto bloku lze použít funkční blok PIDU nebo PIDAT (PID regulátor s reléovým autotunerem). Reálná regulovaná soustava je simulována blokem SOPDT. Model regulované soustavy bez dopravního zpoždění je rovněž reprezentován blokem SOPDT. Akční veličina PI regulátoru je omezena na limity 100.0 a 0.0. Parametry PI regulátoru se nastaví automaticky pomocí momentového autotuneru. Parametry PI regulátoru nastavené momentovým autotunerem:

$p_k = 1,527$

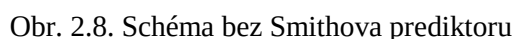
$p_{ti} = 2,896$

$p_b = 0,8$ (vážení proporcionální složky regulátoru).

□ Varianta 2



pk = 1,527
pti = 2,896
pb = 0,8 (vážení proporcionální složky regulátoru).



Toto zapojení je bez Smithova prediktoru a slouží k porovnání regulace bez a se Smithovým predátorem. V zapojení je použit funkční blok PIDMA (PID regulátor s momentovým autotunerem). Místo tohoto bloku lze použít funkční blok PIDU nebo PIDAT (PID regulátor s reléovým autotunerem). Reálná regulovaná soustava je simulována blokem SOPDT. Akční veličina PI regulátoru je omezena na limity 100.0 a 0.0.



CD-ROM

Filtrace derivační složky, anti-windup a beznárazové připojení jsou zdokumentovány v souboru *Animace03*.



Shrnutí pojmů 2.2

Filtrace derivační složky

Smithův prediktor - používá se pro řízení soustav s velkým dopravním zpožděním. Dopravní zpoždění se v regulační smyčce projevuje tak, že regulovaná veličina začne na změnu akční veličiny reagovat až po uplynutí určité doby.

Beznárazové připojení - regulátor, jehož výstup není při ručním ovládání zapojen na regulovanou soustavu, dostává na svůj vstup regulační odchylku, kterou nemůže ovlivnit a jeho integrační složka tedy integruje do nepříjemné úrovně oproti očekávané úrovni akční veličiny. Při zapojení regulátoru do obvodu tedy vznikne nežádoucí přechodový jev („náraz“, angl. „bump“), často velmi výrazný.

Anti-windup - je z angličtiny převzatý a v praxi používaný termín pro opatření, která mají zabránit pokračující integraci (načítání) při generování akční veličiny poté, co akční veličina dosáhla mezní realizovatelné hodnoty (akční člen se dostal do saturace).

□ Matematický popis úlohy optimálního lineárně kvadratického řízení

Obecný **dynamický systém** může být popsán stavovými rovnicemi

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}$$

kvadratický funkcionál je popsán následující rovnicí

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt,$$

úkolem je **minimalizovat** tento funkcionál s ohledem na vstup řízení $\mathbf{u}$. Předchozí vztah platí pro systémy vyšších řádů, pokud se jedná o skalární systém (prvého řádu), funkcionál mění svůj tvar na

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T (qx^2 + ru^2) dt.$$

J reprezentuje váženou sumu **energie stavu a řízení**. Jestliže parametr r je v poměru ke q mnohem větší, je řízení systému těžko stabilizovatelné, tedy těžko realizovatelné. Naopak jestliže parametr r je v poměru ke q mnohem menší, je systém vlivem penalizační funkce problematické optimalizovat (malé motory, malé zesílení). Pokud je naopak q mnohem větší než r , systém se stává přetlumeným a stav se mění pozvolna, bez překmitů.

V obecné úloze $\mathbf{Q}$ a $\mathbf{R}$ reprezentují váhy různých **stavů a řídicích** veličin. Řešením je stabilní optimální systém s dobrou odezvou. Požadujeme, aby matice $\mathbf{Q}$ byla symetrická a pozitivně semidefinitní a $\mathbf{R}$ symetrická a pozitivně definitní. Problémem je minimalizovat funkce J . Lze ji interpretovat jako úlohu optimální kompenzace poruch, jejichž působením je systém vychýlen z požadované nulové (referenční) hodnoty. Matice $\mathbf{R}$ a $\mathbf{Q}$ jsou váhové matice, kde matice $\mathbf{R}$ váží vynaloženou energii řízení (vynaložená energie je úměrná kvadratické funkci amplitudy řídicího vstupu) a matice $\mathbf{Q}$ váží odchylky stavů od nulové hodnoty. Hlavní úkol spočívá v návrhu parametrů $\mathbf{Q}$ a $\mathbf{R}$:

- $\mathbf{Q}$ symetrická pozitivně semidefinitní matice $\mathbf{Q} \geq \mathbf{0}$,
- $\mathbf{R}$ symetrická pozitivně definitní matice $\mathbf{R} > \mathbf{0}$.

Tyto rovnice platí pro systém, kde je stav řízeného systému dostupný, jinak jej je potřeba rekonstruovat. Kvadraticky optimální regulace se pak dá řešit s využitím pouze zpětné vazby od výstupu. V tom případě popíšeme systém stavovými rovnicemi

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{v}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) + \mathbf{e}(t) \end{aligned}$$

Protože hodnota kritéria je vlivem působících šumů ($\mathbf{e}(t)$ a $\mathbf{v}(t)$ jsou stacionární bílé posloupnosti) náhodnou veličinou, přecházíme proto k minimalizaci střední hodnoty:

$$J = \varepsilon \left(\mathbf{x}^T(N) \mathbf{Q}(N) \mathbf{x}(N) + \sum_{t=0}^{N-1} \{ \mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q}(t) \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R}(t) \mathbf{u}(t) \} \right)$$

Příkladem aplikace LQ řízení mohou být například úlohy, jejichž optimalizací dosáhneme přechodu z libovolného počátečního stavu $\mathbf{x}(0)$ do žádaného koncového stavu $\mathbf{x}_f$ v minimálním čase (počtu kroků)

$$J_1 = \sum_{t=0}^{N-1} 1, \quad \mathbf{x}(N) = \mathbf{x}_f$$

nebo úlohy, jejichž optimalizací dosáhneme přechodu z libovolného počátečního stavu $\mathbf{x}(0)$ do žádaného stavu $\mathbf{x}_f$ s minimální vynaloženou energií, která je úměrná kvadratické funkci amplitudy řídicího vstupu.

$$J_2 = \sum_{t=0}^{N-1} \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{u}(t), \quad \mathbf{x}(N) = \mathbf{x}_f$$

Je-li požadavek, aby výstup řízeného systému sledoval danou referenční trajektorii $r(t)$ a dosáhlo se přitom kompromisu mezi vynaloženou řídicí energií a kvalitou sledování referenční hodnoty, je vhodné použít kvadratické kritérium ve tvaru

$$J_3 = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T(N) \mathbf{Q}(N) \mathbf{x}(N) + \frac{1}{2} \sum_{t=0}^{N-1} \{ [\mathbf{y}(t) - \mathbf{r}(t)]^T \mathbf{Q}_y(t) (\mathbf{y}(t) - \mathbf{r}(t)) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R}(t) \mathbf{u}(t) \}$$

kde posloupnost matic $\mathbf{R}(t)$ váží vynaloženou energii řízení a posloupnost matic $\mathbf{Q}(t)$ váží odchylky výstupu od referenční hodnoty.

Kritérium optimality se volí s ohledem na co nejlepší reprezentaci požadovaných vlastností, naproti tomu se musí počítat s řešením optimalizace v rozumném čase, realizovatelností, robustností, aj.

V teorii řízení je často používané kvadratické kritérium z následujících důvodů:

- úlohy kvadratické optimalizace jsou poměrně snadno řešitelné,
- řadu optimalizačních kritérií lze v okolí jejich minima aproximovat kvadratickou funkcí,
- pro soustavu linearizovanou v okolí daného pracovního bodu je optimální regulátor rovněž lineární a lze je realizovat stavovou zpětnou vazbou,
- pro nekonečný horizont optimalizace lze najít časově invariantní regulátor, který stabilizuje (za známých podmínek) řízenou soustavu,
- tento časově invariantní regulátor má příznivé vlastnosti z hlediska robustnosti (zvláště ve spojitém případě).

□ Problematika lineárně kvadratických regulátorů - LQR

V případě lineárních systémů se problematika **návrhu regulátorů kvadraticky optimálního řízení** nazývá problematikou **lineárně kvadratických regulátorů (LQR – Linear Quadratic Regulator)**. Rozlišují se dvě základní úlohy:

- **Kvadraticky optimální regulace.** Řeší problém **optimálního přechodu** z daného libovolného stavu $\mathbf{x}_0$ do počátku.
- **Kvadraticky optimální sledování.** Je požadováno, aby výstup soustavy sledoval požadovanou (nenulovou) referenční trajektorii.

Problém návrhu takového regulátoru je rovněž problémem **robustního řízení**. Základem pro návrh je zpětnovazební řízení, nepoužívá se otevřená smyčka (umožňuje pracovat s citlivostí a odstraněním poruchy). Zpětná vazba (ZV) na jedné straně nestabilní soustavy stabilizuje, ale na druhé straně může stabilní soustavu destabilizovat. ZV systém je daleko více tolerantní k chybám modelu.

□ Návrh v prostředí Matlab

Pro modelování LQR poskytuje *MATLAB* následující příkazy:

- $[K, S, E] = \text{LQR}(A, B, Q, R, N)$, pro řešení klasického LQR řízení se znalostí vnitřních stavů,
- $[K, S, E] = \text{LQRY}(A, B, C, D, Q, R, N)$, pro řešení LQR se znalostí výstupu.

kde

- A je matice původního systému (vnitřní vazby),
- B – matice vazeb systému na vstup,
- Q – matice váhy stavů,
- R – matice váhy vstupů,

- K – matice zpětných vazeb pro LQR,
- S – výsledek řešení Riccatiho rovnice,
- E – vlastní čísla nového systému,
- N – nepovinná matice.

Diskrétní verzí je funkce DLQR a DLQRY s adekvátními parametry.



Řešený příklad 3.1.1

Zadání: Navrhněte LQR regulátor pro soustavu popsanou maticemi, simulujte průběh regulačního děje v Simulinku. Matice Q a R zvolte.

$A = [-.4 \ 0 \ -0.01; \ 1 \ 0 \ 0; \ -1.4 \ 9.8 \ -0.02]$; $B = [6.3; 0; 9.8]$; $C = [0 \ 0 \ 1]$; $D = 0$;

Řešení:



CD-ROM

Pro návrh použijeme prostředí Matlab, konkrétně funkce `lqr` a `dlqr`, viz zdrojový soubor `example_3_1_1_podklad.m`. Po vypočtení stavového regulátoru se schéma realizuje v Simulinku, viz zdrojový soubor `example_3_1_1_schema.mdl`. Činnost LQR regulátorů je zdokumentována v souboru Animace04.



Shrnutí pojmů 3.1

Pro LQR řízení lze rovnice dynamického programování zapsat ve tvaru :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A \times x + B \times u & x(0) &= x_0 \\ -\dot{\lambda} &= Q x + A^T \lambda & \lambda(T) &= 0 \\ u^* &= -R^{-1} B^T \times \lambda^* & & \text{je optimální řízení.} \end{aligned}$$

Výsledkem je **Riccatiho diferenciální rovnice**. Což je nelineární diferenciální rovnice prvního řádu řešená zpětně v čase. Jejím řešením získáme matice $P(t)$ (všechny jsou symetrické, pozitivně semidefinitní). Pro řešení LQR je často používána tato diferenciální rovnice:

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda}{dt} &= \frac{dP}{dt} x + P \frac{dx}{dt} = \frac{dP}{dt} x + PAx - PBR^{-1}B^T Px = -Qx - A^T Px \\ -\frac{dP}{dt} &= A^T P + PA + Q - PBR^{-1}B^T P, & P(T) &= 0. \end{aligned}$$

Posloupnost optimálního řízení je pak dána časově proměnnou zpětnou vazbou od stavu se zesílením $K(t)$, nazývané **Kalmanovo zesílení**, které určíme na základě matice $P(t)$:

$$u(t) = -K(t) \cdot x(t), \quad \text{kde} \quad K(t) = R^{-1} B^T P(t).$$



Otázky 3.1

1. Jak je vyjádřen kvadratický funkcionál?
2. Jak lze volbou matic Q a R měnit vlastnosti výsledného systému?



Úlohy k řešení 3.1

Zadání: Navrhněte LQR regulátor pro model kuličky na tyči.

3.2. Optimální lineárně kvadratické Gaussové řízení LQG



Čas ke studiu: 4 až 6 hodin



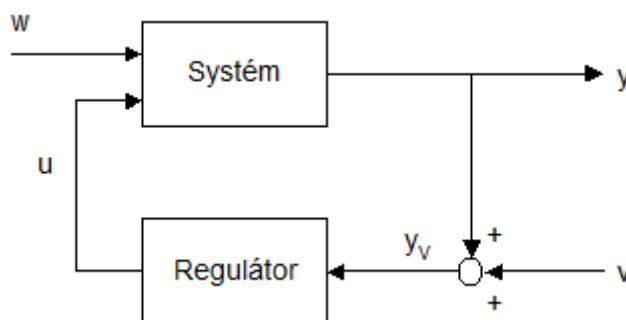
Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět
definovat základní pojmy z oblasti optimálního LQG řízení
demonstrovat návrh LQG regulátoru



Výklad

□ Optimální lineárně kvadratické Gaussové řízení LQG

Lineárně kvadratické Gaussové řízení LQG představuje moderní techniku návrhu optimálních dynamických regulátorů ve stavovém prostoru. Umožňuje vyvážit poměr výkonu regulace a řízení při uvažování procesního a měřicího šumu. Návrh LQG řízení vyžaduje stavový model systému. Problém LQG řízení odpovídá uspořádání na Obr. 3.1.



Obr. 3.1: Uspořádání zpětnovazebního obvodu pro LQG řízení

Systém je vystaven **procesnímu šumu** w a **řízení** u a regulátor provádí regulaci na základě zašuměného měření $y_v = y + v$. Stav a výstup systému má následující podobu:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu + Gw, \\ y_v &= Cx + Du + Hw + v,\end{aligned}$$

kde $\mathbf{v}$ i $\mathbf{w}$ jsou modelovány jako náhodné procesy (bílý šum) s nulovou střední hodnotou a danými kovariancemi.

Principiálně je LQG regulátor tvořen **optimálním zpětnovazebním tvarem** odpovídající LQ regulaci a **Kalmanovým odhadem stavu**. Tyto komponenty mohou být navrhovány nezávisle.

□ Optimální zpětnovazební řízení – lineárně kvadratická regulace

Správná činnost regulace je hodnocena lineárně kvadratickým kritériem ve tvaru funkcionálu:

$$J(\mathbf{u}) = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + 2\mathbf{x}^T \mathbf{N} \mathbf{u} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt.$$

Váhové matice $\mathbf{Q}$, $\mathbf{N}$, $\mathbf{R}$ jsou specifikovány uživatelem a vyjadřují přerozdělení výkonu regulace (jak rychle $\mathbf{x}(t)$ klesá k nule) a řízení. Řešením je regulátor ve zpětnovazebním tvaru $\mathbf{u} = -\mathbf{K} \times \mathbf{x}$, který minimalizuje ztrátovou funkci J . Výpočet $\mathbf{K}$ odpovídá řešení **Riccatiho rovnice** a představuje **optimální LQ řízení**.

Odhad stavu - Kalmanův filtr

Podobně jako u metod vycházejících z rozložení pólů přenosu vyžaduje LQ řízení ve tvaru $\mathbf{u} = -\mathbf{K} \times \mathbf{x}$ kompletní informaci o stavech. Řešení lze realizovat na základě odhadu stavu $\hat{\mathbf{x}}$, přičemž $\mathbf{u} = -\mathbf{K} \times \hat{\mathbf{x}}$ zůstává optimální. Odhad stavu je realizován Kalmanovým filtrem popsáním:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{L}(\mathbf{y}_v - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{D}\mathbf{u}),$$

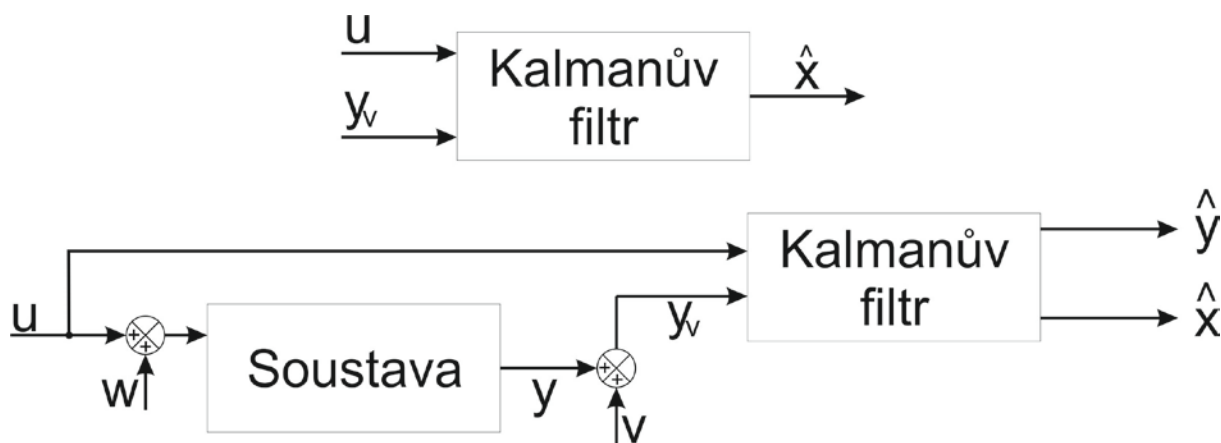
jehož vstupy jsou řízení $\mathbf{u}$ a měřený výstup $\mathbf{y}_v$. Kovarianční data šumů:

$$E(\mathbf{w}) = 0, E(\mathbf{v}) = 0, E(\mathbf{w}\mathbf{w}^T) = \mathbf{Q}_n, E(\mathbf{v}\mathbf{v}^T) = \mathbf{R}_n, E(\mathbf{w}\mathbf{v}^T) = \mathbf{N}_n$$

určí zpětnovazební činitel $\mathbf{L}$ vyplývající z řešení Riccatiho rovnice. Kalmanův filtr zajišťuje optimální odhad pro signál zašuměný gaussianským bílým šumem, což z matematického hlediska znamená minimalizaci chybové variance

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E((\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})^T).$$

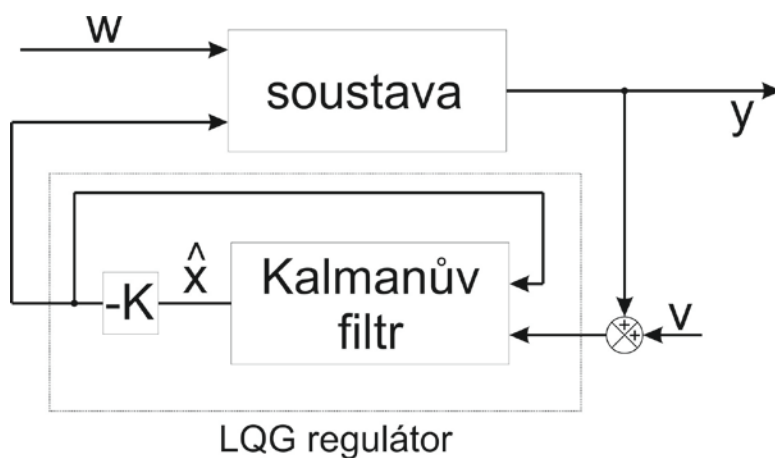
Tento člen lze pak vyjádřit jako blok se vstupy $\mathbf{u}$ a $\mathbf{y}_v$ a výstupem $\hat{\mathbf{x}}$, jak je znázorněno na obrázku 3.2.



Obr. 3.2: Blokové schéma zapojení Kalmanova filtru

□ LQG regulátor

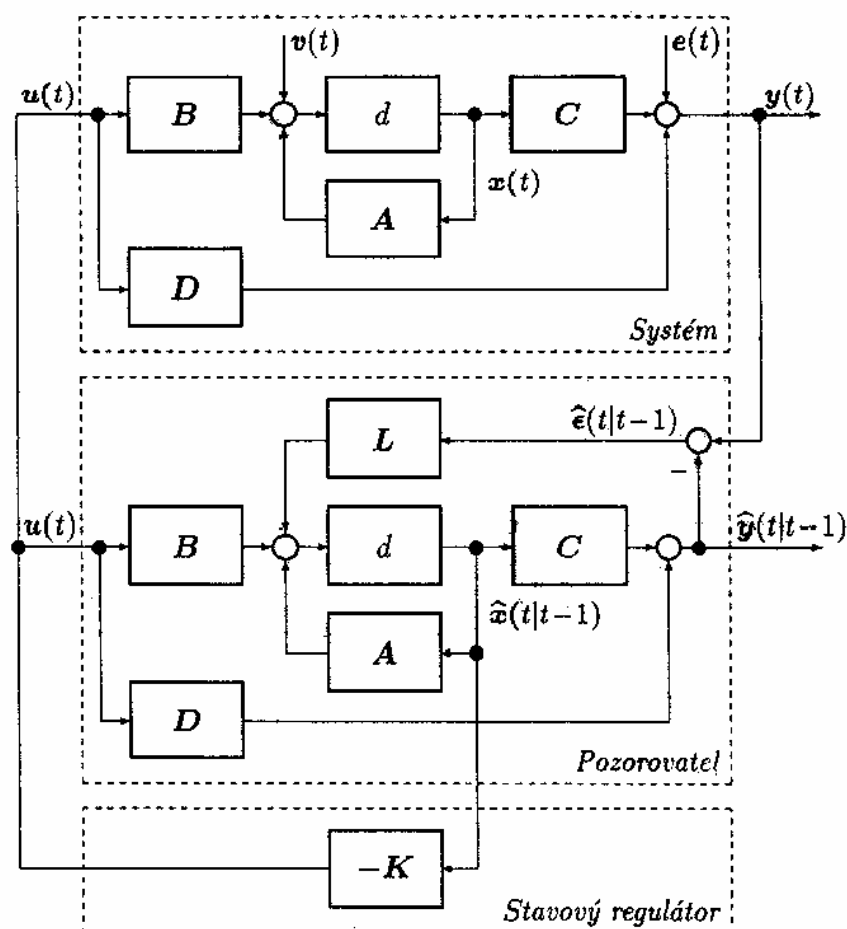
LQG regulaci lze pak jednoduše realizovat zapojením Kalmanova filtru do zpětné vazby obvodu splňujícího požadavky optimální LQ regulace dle následujícího uspořádání (obr. 3.3).



Obr. 3.3: Blokové schéma zpětnovazebního zapojení LQG regulátoru

Regulátor LQG je popsán stavovými rovnicemi (obr. 3.4):

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= [A - LC - (B - LD)K] \hat{x} + Ly_v, \\ u &= -K\hat{x}.\end{aligned}$$



Obr. 3.4: Stavové schéma zpětnovazebního zapojení LQG regulátoru

Návrh LQG regulátoru bude ukázán v příkladu 3.2.1.

□ Klasifikace LQG úloh

- Kvadraticky optimální sledování
 - regulace výstupní veličiny okolo nuly (standard LQG problem)
 - regulace výstupní veličiny okolo zadané hodnoty (LQG problem with a set-point value)
- Problém sledování (tracking problem)

Hlavní rozdíly mohou být nejlépe vysvětleny v řešeném příkladu 3.2.1:

U regulace výstupní veličiny okolo nuly (schémata 3-6) jde o to, že se převádí systém z jednoho zadaného stavu ([3;4] – viz počáteční podmínky integrátoru ve schématu) do jiného stavu tak, že je výstup udržován na nule.

U regulace výstupní veličiny okolo zadané hodnoty (schémata 1-2) jde o to, že se převádí systém z jednoho zadaného stavu ([3;4] – viz počáteční podmínky integrátoru ve schématu) do jiného stavu tak, že je výstup udržován na zadané hodnotě (400). Tato hodnota by měla zůstat stejná. (pokud ne, vedlo by to spíše na tracking problem). Výstup sice přejde z jedné hodnoty do druhé, což můžete zkusit, avšak je to rozdílná úloha z pohledu moderní teorie řízení. Můžete tento případ srovnat s problémem sledování, při kterém se opravdu reference sleduje s velkou váhou a dynamika tohoto přechodu je rychlá. U tohoto problému musí být provedena kompenzace zesílení (viz schéma 2). Výpočet zesílení viz kód *lqr_kompenzace.m*.

U problému sledování jde hlavně o to, aby výstup sledoval co nejrychleji žádanou hodnotu. Regulační odchylce je tedy přiřazena velká váha, zatímco stavům váha minimální. V příkladu zvoleny váhy 1 oproti 0,1.

Poznámka:

Pro úplnost chybí ještě zapojení pro optimální regulaci do zadané hodnoty výstupu takové, že by bylo „nerozkreslené“, tedy aby bylo typově stejné jako zapojení 5 nebo 6. Musí tam být rovněž kompenzace zesílení, které se pro tento případ počítá jinak, než je počítáno Ng.

□ Návrh v prostředí MATLAB

Pro návrh LQG řízení slouží v Matlabu funkce *kalman*, *lqr*, *lqgeg*, *lqg* a *lqi*, viz help v Matlabu a řešené příklady v této kapitole.



Řešený příklad 3.2.1

Zadání: Navrhněte LQG řízení

- a) pro soustavu popsanou přenosem $1/(0.56s^2+1.5s+1)$
- b) pro matematický model kuličky na tyči.

Simulujte regulaci výstupu do zadané hodnoty, regulaci výstupu do nuly a sledování reference

Řešení

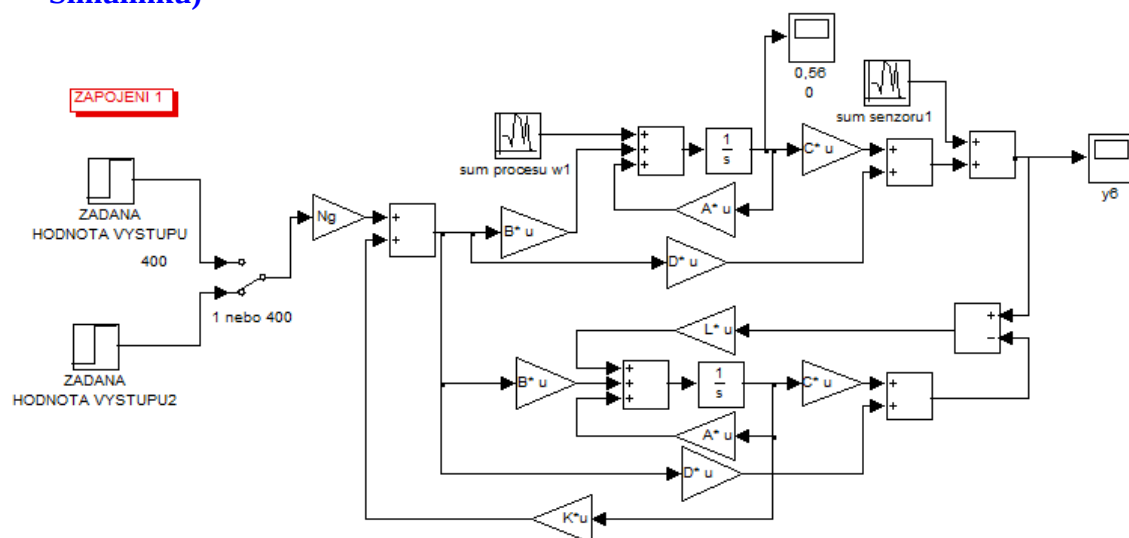


CD-ROM

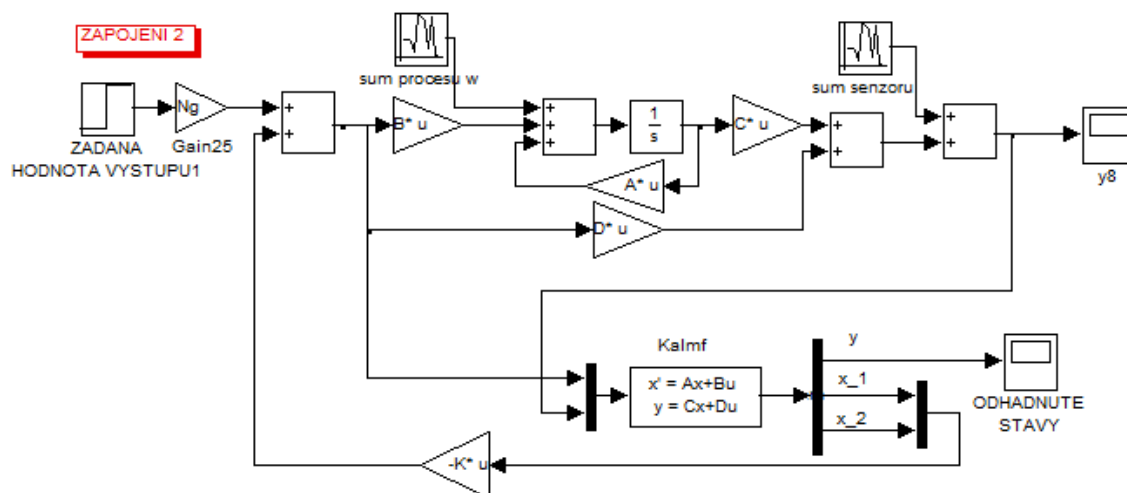
Prostudujte si zdrojové soubory *example_3_2_1_podklad.m* a *example_3_2_1_schema.mdl*. Na řádku 5-10 se volí mezi případy a) a b) zakomentováním a odkomentováním příslušné části kódu. Činnost LQG regulátorů je zdokumentována v souboru *Animace05*.

Výsledná schémata v Simulinku pro jednotlivé úlohy:

- **Regulace výstupu do zadané hodnoty (shodné výsledky, různé způsoby zakreslení v Simulinku)**

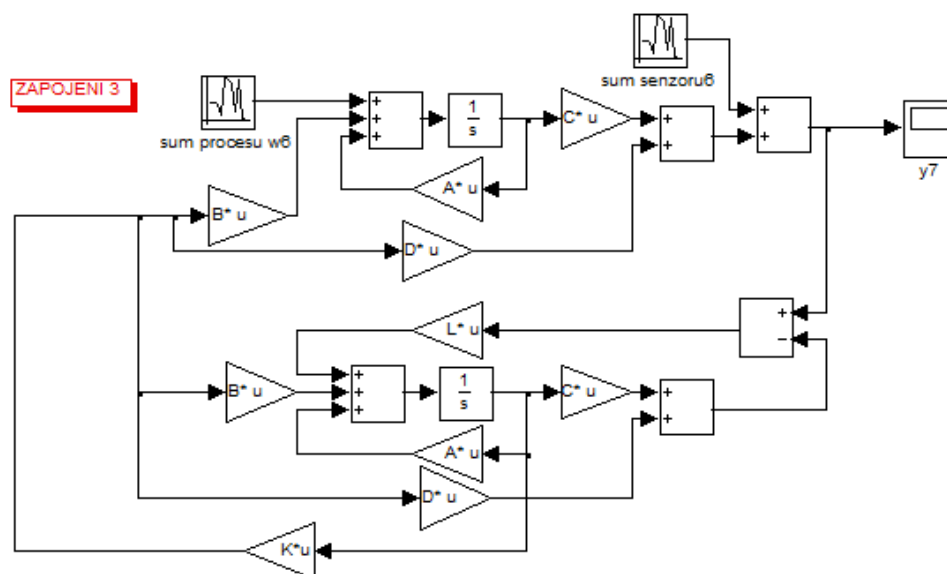


Obr. 3.5: Schéma v Simulinku pro LQG regulaci výstupu do zadané hodnoty

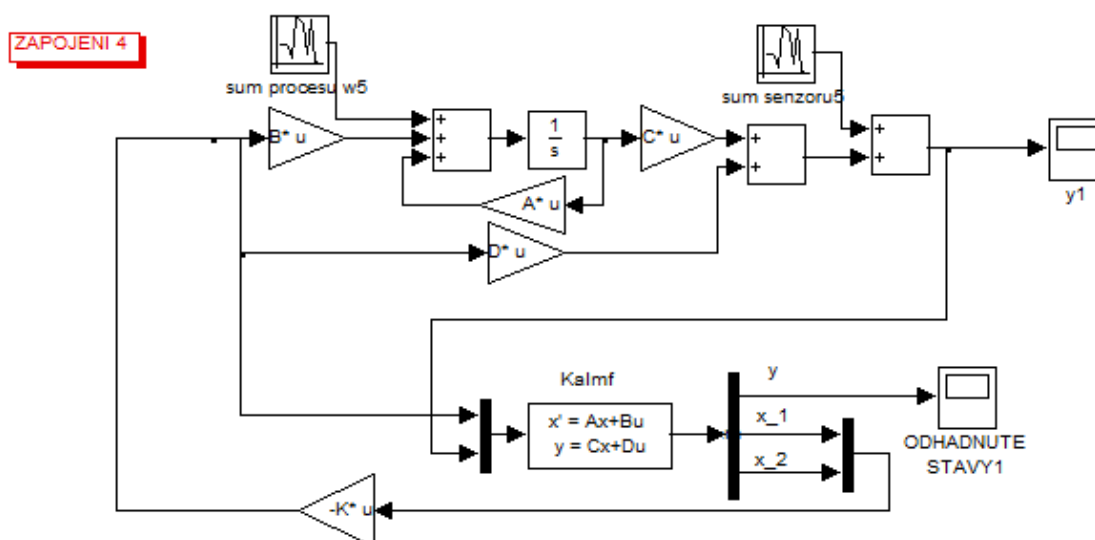


Obr. 3.6 Schéma v Simulinku pro LQG regulaci výstupu do zadané hodnoty

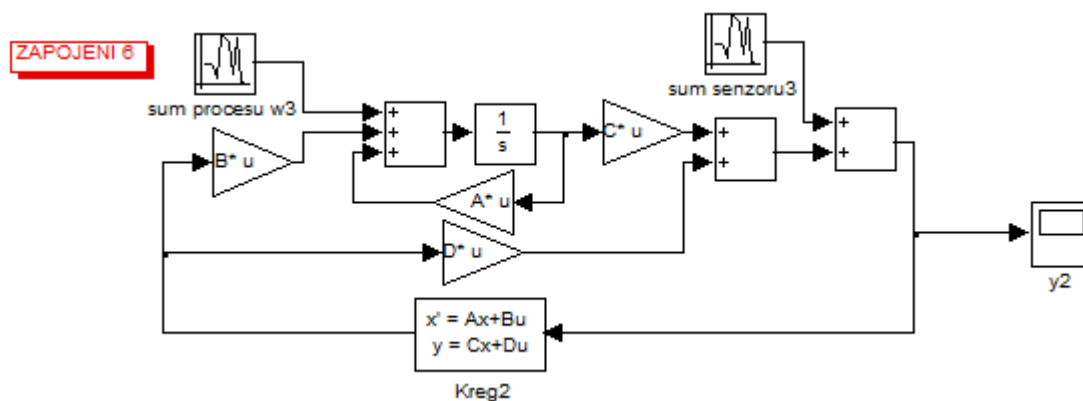
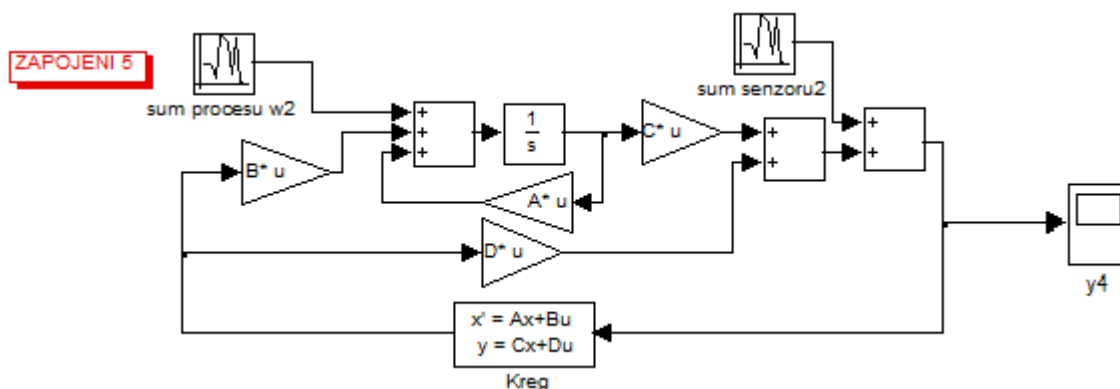
□ Regulace výstupu do nuly (shodné výsledky, různé způsoby zakreslení v Simulinku)



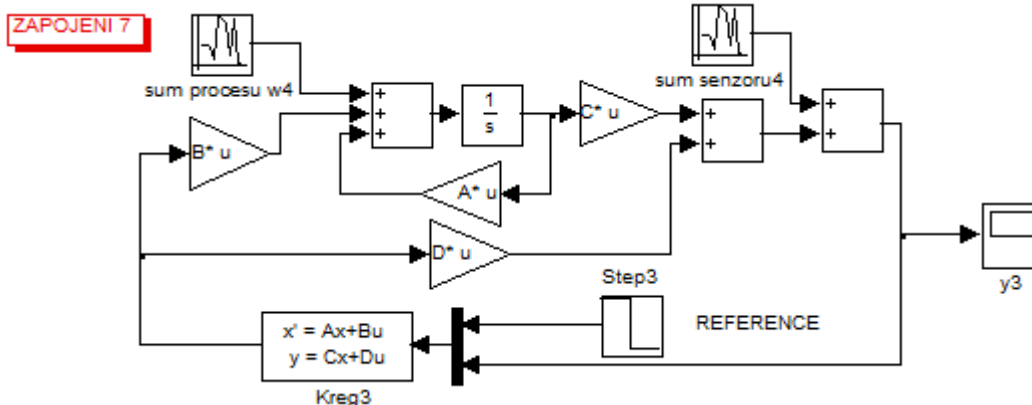
Obr. 3.7: Schéma v Simulinku pro LQG regulaci výstupu do nuly



Obr. 3.8: Schéma v Simulinku pro LQG regulaci výstupu do nuly



❑ Problém sledování reference (tracking problem)



Řešený příklad 3.2.2

Zadání: Navrhněte LQG řízení pro problém sledování reference pro matematický model kuličky na tyči, za použití funkce `lqi`. Pro implementaci navrženého LQG regulátoru nepoužijte blok `state-space`, ale rozkreslete jej pomocí základních bloků Simulinku do podoby vnitřního stavového schématu (pomocí integrátorů, sčítacích členů a zesílení).

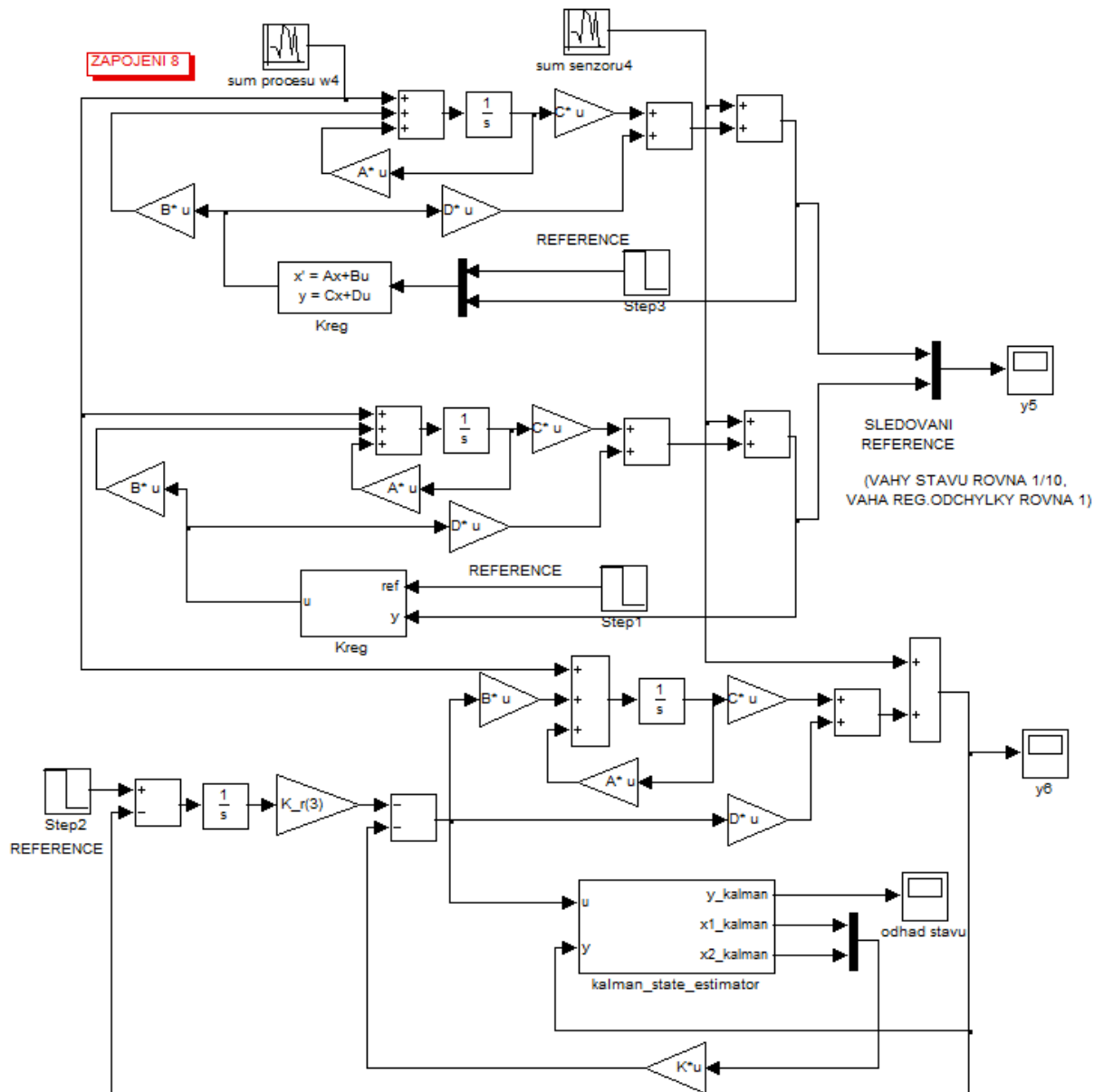
Řešení:



CD-ROM

Prostudujte si zdrojové soubory *example_3_2_2_podklad.m* a *example_3_2_2_schema.mdl*.

Výsledné schéma v Simulinku, viz Obr. 3.11.: horní a prostřední část je zde zakreslena pro porovnání, v prostřední části schématu je blok **Kreg**, který v sobě obsahuje rozkreslený LQG regulátor (po rozkliknutí), a v dolní části schéma regulačního obvodu odpovídající struktuře pro použití funkce **lqi**.



Obr. 3.11: Schéma v Simulinku pro LQG regulaci – tracking problem



Shrnutí pojmů 3.2

Optimální řízení lineárního systému s ohledem na kvadratickou účelovou funkci s neúplnými měřeními signály poznamenanými bílým Gaussovým šumem je obecně chápáno jako Lineárně Kvadratický Gaussův (LQG) problém. Optimální řízení je funkcí přibližných stavů systému, které jsou získány z Kalmanova filtru, jenž zde slouží jako odhadce stavu systému. V případě LQR tedy hovoříme o zpětné vazbě od vnitřních stavů, kdežto u LQG o zpětné vazbě od výstupu, jenž je v reálné praxi mnohem častější.

LQG řízení je moderní technikou pracující s popisy ve stavovém prostoru a slouží k návrhu optimálních dynamických regulátorů. Systém je zatížen poruchou náhodným šumem na vstupu a poruchou náhodným šumem na výstupu, reprezentující náhodný šum měření (v praxi šum snímače). Jedná se o bílé Gaussovske šumy, účelová funkce je pak minimalizována průměrově.

Vlastní **LQG regulátor** je popsán stavovými rovnicemi

$$\dot{\hat{x}} = [A - LC - (B - LD)K] \hat{x} + Ly_v,$$

$$u = -K\hat{x}.$$

a skládá se z optimálního stavového zpětnovazebního zesílení K a Kalmanova filtru. Optimální stavové zpětnovazební zesílení K se určí obdobně jako u LQR regulace, volbou váhy penalizačních matic Q a R . Cílem je nalezení takového $u = -Kx$, které minimalizuje účelovou funkci J . Řešením algebraické Riccatiho rovnice se získá minimální matice zesílení K , která se také nazývá LQ optimální zesílení.



Otázky 3.2.

1. Co mají společného LQR a LQG řízení?
2. Z čeho se sestává struktura regulačního obvodu s LQG regulátorem?

3.3. Robustní řízení



Čas ke studiu: 6 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět
definovat a vyjádřit základní pojmy robustního řízení
popsat metodu optimalizace H_∞



Výklad

□ Základní pojmy

Cílem **robustního řízení** je navrhnout řídicí systém pracující v reálném prostředí, které se může měnit v čase. Tyto změny mohou být způsobeny :

- stárnutím komponent,

- změnami parametrů vlivem teploty,
- změnami parametrů vlivem pracovního prostředí.

Řídicí systém musí být jednak odolný vůči výše uvedeným změnám, a jednak na druhé straně je potřeba eliminovat nepřesnost modelu. Soustavu lze popsat zjednodušeně. Nelinearity buď nejsou známy, nebo nejsou zahrnuty do modelu, nebo jsou zahrnuty do modelu, ale není provedena zpětnovazební analýza.

Příslušná schopnost řídicího systému **akceptovat tyto změny** v reálných situacích se nazývá **robustnost**. Žádaná hodnota výstupu bude dosažena i při **omezených změnách** (s konečnou velikostí) **vlastností** řízené soustavy a při působení **konstantních poruchových signálů**. Z matematického hlediska to znamená, že **robustní regulátor** není vhodný pouze pro jednu soustavu, ale pro určitou **množinu soustav**.

Je-li dána soustava prvního řádu popsána přenosovou funkcí:

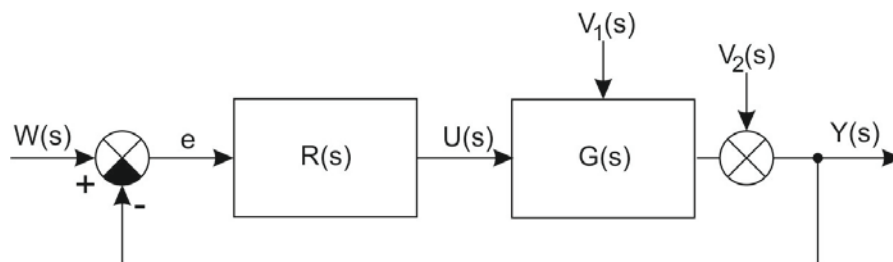
$$G(s) = \frac{1}{s - a},$$

dále se předpokládá, že $a = 1$, ale vlivem změn se tato hodnota může měnit až o 50%,

$$0,5 \leq a \leq 1,5.$$

Jestliže se navrhne regulátor pro všechny tyto hodnoty, pak regulační obvod je **robustně stabilní**. Obvod musí zabezpečovat požadavky na řízení, odstranit poruchy a splňovat požadavky na rychlost odezvy. Jestliže regulátor zajišťuje všechny tyto požadavky, pak říkáme, že má **robustní výkonnost**.

Problém návrhu regulátoru splňujícího výše uvedené požadavky je úloha **robustního řízení**. Základem pro návrh je zpětnovazební obvod (nepoužívá se otevřená smyčka), což umožňuje pracovat s citlivostí a odstranění poruchy. Zpětná vazba nestabilní soustavy na jedné straně stabilizuje, ale na druhé straně může stabilní soustavu destabilizovat. Zpětnovazební systém je více tolerantní k chybám modelu.



Obr. 3.12.: Blokové schéma zpětnovazebního regulačního obvodu s typickými poruchami

Na Obr. 3.12 jsou vyznačeny následující veličiny:

- $V_1(s)$ jsou poruchy známé nebo neznámé, které řídicí systém musí eliminovat. Poruchy mají charakter nízkých frekvencí.
- $V_2(s)$ jsou poruchy senzorů nebo měření, které mají charakter šumu, bílý šum nebo vf signál, účinek poruch na systém musí být malý.
- $W(s)$ jsou řídicí veličiny žádané hodnoty.
- $U(s)$ jsou akční veličiny.

V zpětnovazebním obvodu se určí následující vztahy:

- $G_o(s) = R(s)G(s)$ je přenos otevřené smyčky,
- $L(s) = 1 + R(s)G(s)$ je zpětnovazební rozdíl,

- $G_E(s) = 1/(1 + R(s)G(s))$ je přenos odchylky, v robustním řízení citlivost regulačního obvodu, přenosová funkce citlivosti S ,
- $G_W(s) = R(s)G(s)/(1 + R(s)G(s))$ je přenos řízení, v robustním řízení doplňková přenosová funkce T .

Jestliže pro všechny frekvence platí následující vztah:

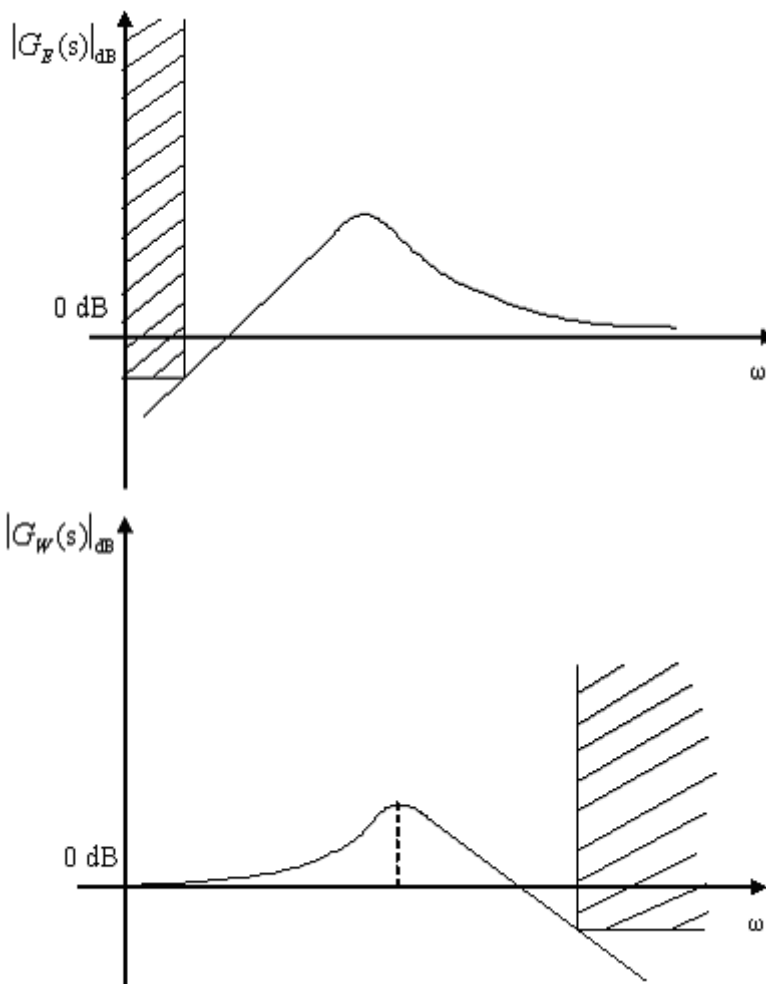
$$G_E(s) + G_W(s) = 1,$$

$$S + T = 1,$$

pak požadavky budou následující:

- při sledování řídicích veličin jestliže platí $v_1 = v_2 = 0$, pak $Y(s) \approx W(s)$, pro daný rozsah frekvencí musí být $G_E(s)$ malé a $G_W(s)$ velké,
- pro potlačení vlivu nízkofrekvenční poruchy v_1 musí být $G_E(s)$ malé a $G_W(s)$ velké,
- pro potlačení vlivu vysokofrekvenční poruchy v_2 , odstranění šumu, musí být $G_E(s)$ malé a $G_W(s)$ malé.

Frekvenční závislosti $G_E(s)$ a $G_W(s)$ jsou znázorněny na Obr. 3.13. Z toho je zřejmé, že nelze jedním regulátorem splnit všechny tři požadavky jedním regulátorem, neboť požadavky na velikosti $G_E(s)$ a $G_W(s)$ jsou protichůdné a jejich volba bude kompromisem mezi všemi požadavky.



Obr. 3.13: Frekvenční charakteristiky soustavy pro různé hodnoty $G_W(s)$ a $G_E(s)$

□ Nominální výkon víceparametrové soustavy

Je-li systém popsán maticí A se singulárními body σ této matice A pak platí:

$$\sigma \cdot (A) = \left[\lambda_i (A \times A^*) \right]^{1/2}, \text{ kde } A^* \text{ je konjugovaná matice,}$$

pak největší singulární hodnoty σ budou při největším zesílení a nejmenší singulární hodnoty σ při největším zeslabení

$$Y = R \times G [I + R \times G]^{-1} \times W + (I + R \times G)^{-1} (V_1 - V_2),$$

$$S = [I + R \times G]^{-1}, T = R \times G \times [I + R \times G]^{-1}.$$

□ Nominální výkon zpětnovazebního systému

Předpokladem je robustní stabilita a robustní výkonnost. Pro výstupní regulovanou veličinu $Y(s)$ platí:

$$Y(s) = \frac{R(s) \cdot G(s)}{1 + R(s) \cdot G(s)} \cdot W(s) + \frac{1}{1 + R(s) \cdot G(s)} \cdot V_1(s) - \frac{R(s) \cdot G(s)}{1 + R(s) \cdot G(s)} \cdot V_2(s)$$

□ Metody robustního návrhu

Techniky stavového prostoru v časové doméně umožnily vyhnout se potížím s maticemi přenosových funkcí a poskytly nástroje pro analýzu a návrh systémů s více vstupy a výstupy (**MIMO**). Z hlediska stavového prostoru je jediný rozdíl mezi systémy s jedním vstupem a výstupem (**SISO**) a **MIMO** systémy počet sloupců v matici B (počet vstupů) a v počtu řádků v matici C (počet výstupů). V přibližně stejné době, kdy se vyvíjely metody optimálního řízení, se vyvíjel výzkum zaměřený na rozšíření nástrojů pro klasické řízení **MIMO** systémů.

Během 80. let se začal uplatňovat nový přístup k návrhu robustního řízení – řízení H_∞ . Byla to v podstatě metoda **optimalizace ve frekvenční doméně** pro návrh **robustních řídicích systémů**. Robustnost se stala hlavním hlediskem v oblasti řízení, a ostatní techniky pro návrh robustních řídicích systémů s více vstupy brzy následovaly. Byly to zejména metody:

- H_2
- **LTR**
- H_∞
- **μ -syntéza**
- **QFT**
- metody založené na Karitonovu teorému pro strukturovanou neurčitost

Všechny tyto techniky se v současnosti dále rozvíjí.

□ Optimalizace H_2

Celkový výstup ze systému podle obr. 4.1 bude

$$Y = G_w \times (W - V_2) + G_E \times V_1,$$

v robustním řízení se používá jiné označení

$$G_w = T, \quad G_E = S, \quad W = r, \quad V_1 = d \text{ a } V_2 = n,$$

pak předcházející vztah bude

$$Y = T(r - n) + Sd.$$

Jak již bylo uvedeno, $\mathbf{S}$ musí být malé pro nízké frekvence. Robustní stabilita a potlačení šumu vyžaduje, aby $\mathbf{T}$ bylo malé pro vysoké frekvence. Pro všechny frekvence pak musí platit

$$\mathbf{S} + \mathbf{T} = \mathbf{I}.$$

Optimalizační problém je tedy přenesen do frekvenční oblasti. Pak je dána nerovnost matic

$$\sigma^2(\mathbf{M}) \leq \text{tr}(\mathbf{M}\mathbf{M}^T),$$

kde tr je Σ diagonálních členů a $\mathbf{M}$ libovolná matice.

Cílem metody je minimalizovat sumu diagonálních členů, tedy minimalizovat singulární hodnoty. Důležitost matic $\mathbf{S}$ a $\mathbf{T}$ v požadovaném frekvenčním rozsahu lze vyjádřit pomocí váhové matice $\mathbf{W}$. Účelová funkce pro minimalizaci je pak následující

$$J_{H_2} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty [\text{tr}(\mathbf{S}\mathbf{W}\mathbf{W}^T\mathbf{S}^T) + \text{tr}(\mathbf{T}\mathbf{T}^T)] d\omega.$$

Je potřeba najít stabilizující kompenzátor, který minimalizuje účelovou funkci pro dané $\mathbf{S}$, $\mathbf{T}$ a $\mathbf{W}$, což je cílem metody $\mathbf{H}_2$ neboli optimalizačních problémů $\mathbf{H}_2$.

Jestliže bude definována matice $\mathbf{M}(s)$

$$\mathbf{M}(s) = [\mathbf{S}(s) \quad \mathbf{W}(s) \quad \mathbf{T}(s)],$$

pak lze účelovou funkci vyjádřit následovně

$$J_{H_2} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty [\text{tr}(\mathbf{M}\mathbf{M}^T)] d\omega.$$

□ Metoda LTR (Loop Transfer Recovery)

U této metody zavádíme do regulační smyčky pozorovatele stavu. Uvažujme regulační obvod shodný s LQR, ale bez působení náhodných vstupů v a e . Uspořádá-li se tento obvod podle obrázku 3.14, lze dostat standardní schéma s jednotkovou zpětnou vazbou. Veličina ve zpětnovazební větvi bude pro pozorovatelný a stabilizovatelný systém, stabilní pozorovatel stavu a stabilizující stavovou zpětnou vazbu pro $t \rightarrow \infty$.

$$u(t) = -\mathbf{K} \hat{\mathbf{x}}(t|t-1) \rightarrow u(t) = -\mathbf{K} \mathbf{x}(t)$$

Přenos otevřené smyčky rozpojené v bodě A bude potom

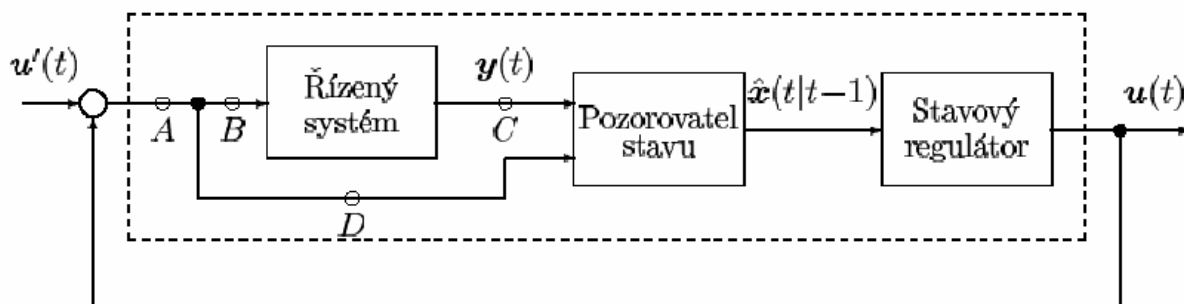
$$\mathbf{G}_o(s) = -\mathbf{K}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B},$$

nebo podle označení pro robustní systémy

$$\mathbf{L}(s) = \mathbf{K} \boldsymbol{\Phi}(s) \mathbf{B}, \text{ kde } \boldsymbol{\Phi}(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$$

což je právě přenos otevřené smyčky stavového regulátoru s přímým měřením stavu. Pro tento přenos platí v jednorozměrném případě

$$|1 + \mathbf{G}_o(s)| \geq \gamma, 0 < \gamma \leq 1.$$



Obr. 3.14: Regulační smyčka s pozorovatelem stavu

Tento přenos otevřené smyčky však není ani přenosem otevřené smyčky rozpojené na vstupu řízeného systému v bodě B, ani přenosem otevřené smyčky rozpojené na výstupu řízeného systému v bodě C. Rozpojíme-li regulační smyčku na vstupu soustavy v bodě B, dostaneme přenos otevřené smyčky

$$G'o(s) = [-K(sI - A + BK + LC)^{-1}L][C(sI - A)^{-1}B + D]$$

nebo ve tvaru pro robustní systémy pro $D = 0$

$$L(s)_{\text{LQG}} = K(sI - A + BK + LC)^{-1}L C \Phi(s) B,$$

kde se označí přenos

$$R(s) = -K(sI - A + BK + LC)^{-1}L$$

což je přenos mezi body C a B, což je přenos regulátoru, a

$$S(s) = C(sI - A)^{-1}B$$

je přenos mezi body B a C, což je přenos řízené soustavy. Přenos otevřené smyčky $L(s)_{\text{LQG}}$ může být podstatně odlišný od přenosu $L(s)$.

Podmínka přenosu v jednorozměrném případě může být na základě kruhového kritéria interpretována tak, že uzavřená regulační smyčka zůstane stabilní, je-li do regulační smyčky vložena libovolná (i časově proměnná) nelinearita $\phi(u)$ vyhovující omezení

$$\frac{1}{1-\gamma}u \geq \phi(u) \geq \frac{1}{1+\gamma}u.$$

Taková nelinearita se nazývá sektorová nelinearita. Pro $\gamma \rightarrow 1$, což je limitní hodnota (dosahovaná pro spojitý kvadraticky optimální regulátor), potom platí

$$\infty > \phi(u) \geq \frac{1}{2}u.$$

Pokud tato nelinearita se vloží do smyčky v bodě A, bude na základě podmínky přenosu v jednorozměrném případě regulační obvod stabilní i v případě použití pozorovatele stavu. V reálném regulačním obvodu však je nelinearita vložena do obvodu na vstupu řízené soustavy, tj. v bodě B, kde podmínka přenosu není splněna. Poměrně jednoduchým řešením by bylo vložení modelu této nelinearity na vstup pozorovatele stavu do bodu D. Problém je však v tom, že nelinearita $\phi(u)$ obvykle není přesně známa a navíc může reprezentovat i nepřesnou znalost modelu řízeného systému. Lze však postupovat jiným způsobem, který její znalost nevyžaduje: vliv přemístění nelinearity z „příznivého“ bodu A do „nepříznivého“ bodu B nebude významný, jestliže omezíme vliv vazby procházející bodem D na přenos otevřené smyčky. Tato vazba přivádí na vstup pozorovatele stavu akční veličinu u a její vliv bude omezen, bude-li odhad stavu podstatně víc záviset na přivedeném výstupu soustavy y než na

vstupu u . Toho však lze dosáhnout jednoduše tak, že k šumu procesu se přidá fiktivní složka, která by vznikla přičtením šumu k akční veličině. Kovarianční matice takto modifikovaného šumu bude

$$Q'_v = Q_v + \sigma^2 B B^T.$$

Tento šum pro $\sigma \rightarrow \infty$ bude eliminovat vliv vstupu u na odhad stavu $\hat{x}$. Lze ukázat, že pro pozorovatelný a stabilizovatelný systém s minimální fází platí

$$\lim_{\sigma \rightarrow \infty} [-K(sI - A + BK + L_\sigma C)^{-1} L_\sigma][C(sI - A)^{-1} B + D] = K(sI - A)^{-1} B$$

kde L_σ je zesílení Kalmanova filtru pro modifikovanou matici šumu procesu. Tak lze dosáhnout obnovení původních vlastností otevřené smyčky regulátoru s přímým měřením stavu.

Dalších stupňů volnosti při tvarování frekvenční charakteristiky otevřené smyčky lze dosáhnout volbou frekvenčně závislého fiktivního šumu. Model soustavy je pak třeba rozšířit o tvarovací filtr šumu.

Výsledný Kalmanův filtr již nebude optimální z hlediska původního šumu, ale zaručí lepší frekvenční vlastnosti otevřené regulační smyčky. Tento postup je proto vhodný i pro návrh deterministických regulátorů, kde kovarianční matice šumu (případně i jeho frekvenční vlastnosti) a váhové matice kvadratického kritéria optimality chápeme hlavně jako nástroje, kterými inženýr ladí vlastnosti regulátoru.

□ Řízení metodou H_∞

Řízení H_∞ má svoji vlastní terminologii, notaci a koncepci. Například klasický blokový diagram na Obr. 3.16 byl modifikován tak, aby více zachytil obecné problémy. Zápis je kratší, neboť rovnice návrhu jsou příliš rozsáhlé. Metoda H_∞ vede na množinu vhodných stabilních přenosových funkcí. Obecně je požadováno, aby přenos uzavřené smyčky byl realizovatelný (stupeň polynomu jmenovatele musí být větší nebo roven stupni čitatele) a stabilní (póly musí ležet v levé polorovině). Místo opakování těchto požadavků bude uveden pojem, že **přenos $G(s)$ je v H_∞** . Základním objektem řízení H_∞ je přenosová funkce. V podstatě se jedná o **optimalizaci nad množinou - prostorem přenosových funkcí**. Optimalizace předpokládá účelovou funkci, která porovná různé přenosové funkce a z nich vybere tu nejlepší z dané množiny - prostoru.

Metoda H_∞ má vlastní terminologii a označuje **prostor vhodných stabilních přenosových funkcí**. Podmínky pro uzavřenou smyčku jsou následující:

- **Realizovatelnost.** Stupeň polynomu jmenovatele je větší nebo roven stupni polynomu čitatele přenosu.
- **Stabilita.** Póly přenosu leží v levé polorovině s .

Multiplikativní rozsah stability označovaný MSM lze vyjádřit následovně:

$$MSM = \frac{1}{\|G_w\|_\infty}.$$

Při splnění těchto podmínek se udává, že **soustava je v H_∞** nebo $G_s(s)$ je v H_∞ . Základním předpokladem pro metodu H_∞ je znalost přenosové funkce. Při řízení H_∞ porovnáváme přenosové funkce podle jejich ∞ -normy, která je dána vztahem:

$$\|G\|_\infty = \sup_{\omega} |G(j\omega)|.$$

Lze ji snadno vypočítat a **graficky interpretovat jako vrcholek Bodeho diagramu**, za předpokladu, že přenosová funkce je konečná a nemá žádné imaginární póly. **Cílem je minimalizovat ∞ -normu** nějaké přenosové funkce. To znamená, že se snižuje vrchol Bodeho diagramu, což zvýší zásobu **robustní stability systému**.

Výhodný je zápis pomocí **pakované matice**. Vyjádříme-li přenosovou funkci systému pomocí matic **A, B, C, D**:

$$G(s) = C \cdot (s \cdot I - A)^{-1} \times B + D,$$

pak zápis pomocí **pakované matice** je následující

$$G(s) = \left[\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right]$$

Je třeba zdůraznit, že se zde nejedná o matici v pravém slova smyslu, ale o zkrácení zápisu předchozího výrazu pro přenosovou funkci **G(s)**. Řešení problému řízení **H_∞** obsahuje velmi nepřehledné **Riccatiho rovnice**, následující notace zjednodušuje řešení. Je-li následující Riccatiho rovnice ve tvaru

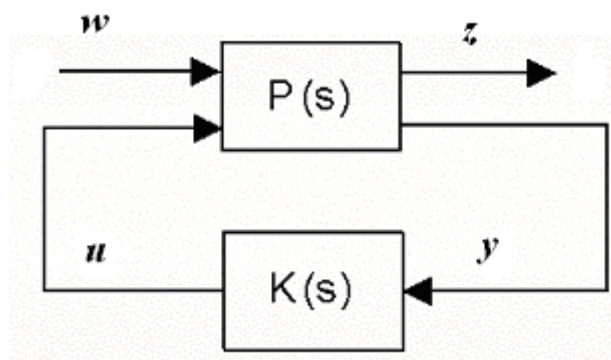
$$A^T \times X + X \times A - XRX + Q = 0,$$

pak stabilizující řešení této rovnice bude označeno jako **X=Ric(H)**, kde **H** je **Hamiltonova matice**

$$H = \begin{bmatrix} A & -R \\ -Q & -A^T \end{bmatrix}$$

a **[A-RX]** je stabilní. Místo Riccatiho rovnice lze specifikovat přidruženou Hamiltonovu matici.

U robustního návrhu se používá **blokové schéma řídicího systému se dvěma vstupy a dvěma výstupy** znázorněné na Obr. 3.15. Regulační obvod se dvěma vstupy umožňuje řešit širokou škálu problémů. Obvod obsahuje dva hlavní bloky soustavu a regulátor. Soustava má **dva vstupy** a **dva výstupy**. Vstupy do soustavy jsou **vstupní řídicí veličiny w** a **akční veličiny u**. Akční veličiny **u** jsou výstupem regulátoru, který se stává vstupem do akčních členů regulované soustavy. Vstupní řídicí veličiny **w** jsou vlastně vektorem vstupů. Hlavním rozdílem mezi vektory **w** a **u** je v tom, že regulátor nemůže ovlivňovat vstupy. Typické **vstupy**, které jsou zahrnuty do vektoru **w**, jsou **externí rušení, šum ze senzorů a sledovací a řídicí signály**. Výstupy soustavy jsou rozděleny do **dvou skupin**. **První skupina** je označena jako vektor **y**, jsou to výstupní veličiny, které **se měří** pro zpětnou vazbu. Tyto vstupy jsou **vstupy do regulátoru**. Do **druhé skupiny** označené jako vektor **z**, jsou zahrnuty regulované výstupy, které **nevstupují do regulátoru**.



Obr. 3.15: Blokové schéma řídicího systému se dvěma vstupy a dvěma výstupy

Přehledně vyjádřeno:

- **w** je vektor **vstupních veličin**, regulátor je nemůže ovlivňovat,
 - **řídicí veličiny**,
 - **poruchové veličiny**,
 - **šum**,

- u je vektor **akčních veličin**, ovlivněné regulátorem,
- y je vektor **výstupních veličin** - **regulovaných veličin**, které se **měří** a vstupují do regulátoru,
- z je vektor **regulovaných veličin**, které **nevstupují do regulátoru**.

Všechny uvedené signály jsou při řízení důležité. Mohou to být stavy systému, chybové nebo řídicí signály. I kdyby byl původní systém typu *SISO*, pomocí tohoto předpisu lze jej vyjádřit jako systém typu *MIMO*. Většina reálných řídicích systémů jsou právě typu *MIMO*. Přenosové funkce systému jsou

$$Z = P_{zw}W + P_{zu}U,$$

$$Y = P_{yw}W + P_{yu}U,$$

$$U = KY.$$

Přenos uzavřené smyčky mezi regulovanými vstupy a vnějšími vstupy pak bude

$$Y = P_{yw}W + P_{yu}KY,$$

$$(I - P_{yu}K)Y = P_{yw}W \Rightarrow Y = (I - P_{yu}K)^{-1}P_{yw}W,$$

$$U = KY = K(I - P_{yu}K)^{-1}P_{yw}W,$$

$$Z = P_{zw}W + P_{zu}K(I - P_{yu}K)^{-1}P_{yw}W = [P_{zw} + P_{zu}K(I - P_{yu}K)^{-1}P_{yw}]W,$$

$$Z = T_{zw}W, \quad \text{kde } T_{zw} = P_{zw} + P_{zu}K(I - P_{yu}K)^{-1}P_{yw}.$$

Je-li stavový popis soustavy ve tvaru

$$\dot{x} = Ax + B_1w + B_2u,$$

$$z = C_1x + D_{11}w + D_{12}u,$$

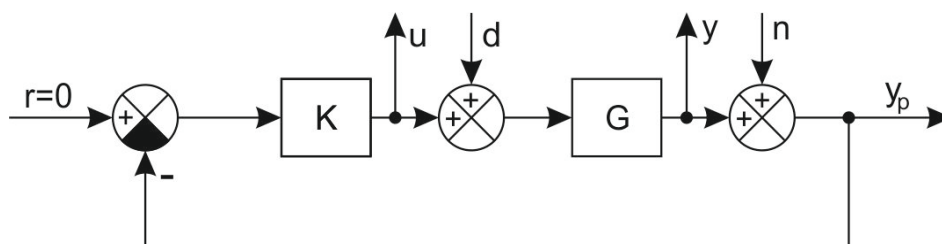
$$y = C_2x + D_{21}w + D_{22}u,$$

pak přenosová funkce vyjádřena ve tvaru pakuované matice bude

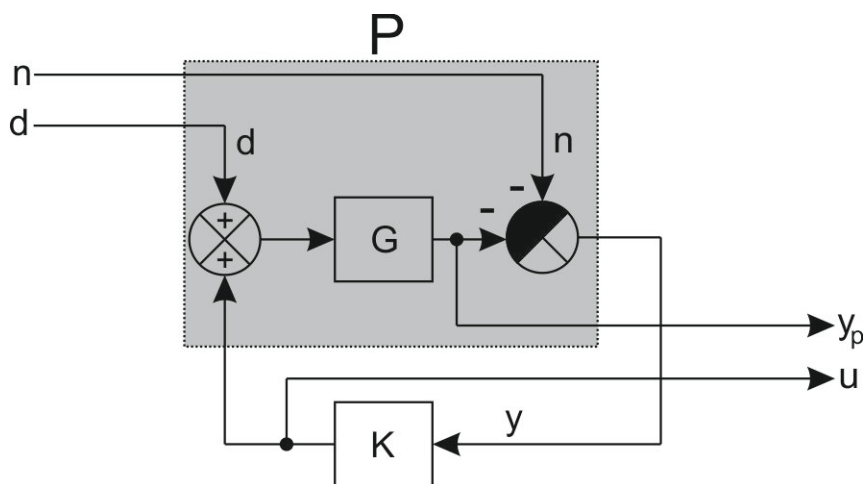
$$P(s) = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix}$$

□ Formulace problému řízení s dvěma vstupy

Na Obr. 3.16. je znázorněno klasické blokové schéma regulačního obvodu, kde cílem je řídit výstup soustavy při rušení na vstupu d , šumu měření n a nulovém řídicím signálu r . Toto blokové schéma lze překreslit na schéma uvedené na Obr. 3.17.



Obr. 3.16: Klasický regulační obvod



Obr. 3.17: Upravený klasický regulační obvod na obvod s dvěma vstupy

Na Obr. 3.17. jsou rušení a měřicí šum jako vnější vstupy označeny w , regulované výstupy ze soustavy a z regulátoru jsou označeny z . Vztahy mezi vstupy a výstupy jsou následující

$$\begin{aligned} y_p &= G \cdot d + G \cdot u \\ y &= -G \cdot d - G \cdot u - n \end{aligned}$$

Kde

$$\begin{aligned} w &= \begin{bmatrix} d \\ n \end{bmatrix} \\ z &= \begin{bmatrix} y_p \\ u \end{bmatrix} \\ P &= \begin{bmatrix} P_{zw} & P_{zu} \\ P_{yw} & P_{yu} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$w = \begin{bmatrix} d \\ n \end{bmatrix}, z = \frac{y_p}{u}, P = \begin{bmatrix} P_{zw} & P_{zu} \\ P_{yw} & P_{yu} \end{bmatrix},$$

pak se získají následující vztahy

$$P_{zw} = \begin{bmatrix} G & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, P_{zu} = \begin{bmatrix} G \\ 1 \end{bmatrix}, P_{yw} = [-G \quad -1], P_{yu} = -G.$$

Potom přenos uzavřené smyčky mezi w a z je

$$T_{zw} = \begin{bmatrix} S \times G & -T \\ -T & -T/G \end{bmatrix}, \quad \text{kde } S = \frac{G \times K}{1 + G \times K} \text{ a } T = 1 - S.$$

Je potřeba si všimnout tvaru přenosových funkcí S a T . Dále je třeba připomenout, že je potřeba tyto funkce minimalizovat v příslušných frekvenčních oblastech. Při řízení H_∞ se budou minimalizovat jejich normy a tím regulovat všechny potřebné výstupy.

□ Řízení H_∞ - formulace úlohy a její řešení

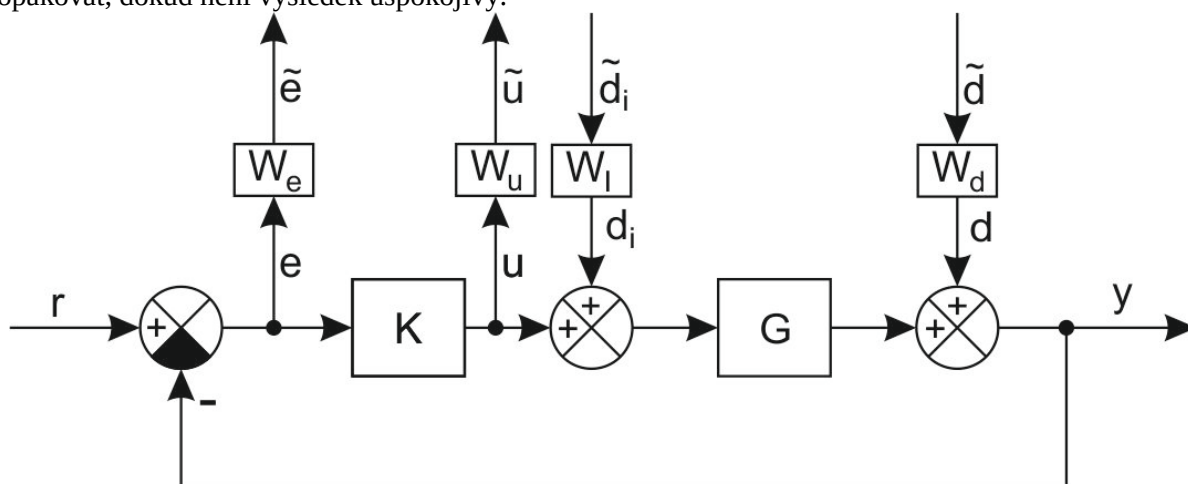
Úloha H_∞ je definována tak, že v regulačním obvodu pro robustní řízení se hledá vnitřně stabilizující regulátor $K(s)$ pro soustavu $P(s)$, pro který ∞ -norma přenosové funkce uzavřené smyčky T_{zw} , je menší než daná hladina γ (kladný skalár), což je standardní úloha H_∞ . Standardní úloha se v praxi diskutuje častěji, než úloha optimálního řízení. Vezmou-li se v úvahu všechny ostatní reálné podmínky v praxi, pak matematicky optimální řešení není vždy vyžadováno.

Při řešení optimalizační úlohy se začíná s počáteční hodnotou γ , která se pak snižuje tak dlouho, až úloha nebude mít řešení. Pro získání počáteční hodnoty je potřeba vyřešit LQG úlohu, ve které se najde vrchol přenosové funkce ve výsledné uzavřené smyčce a použije se tato hodnota. Tato procedura se nazývá γ -iterace. Aby byl problém řešitelný, musí být splněny následující podmínky:

- Dvojice $[A, B_2]$ je stabilizovatelná a $[C_2, A]$ je detekovatelná, což jsou zmírněné podmínky říditelnosti a dosažitelnosti, tato podmínka je nutná pro existenci stabilizujícího regulátoru.
- Hodnost matice $D_{12} = m_2$, hodnost matice $D_{21} = p_2$, tato podmínka zaručuje, že regulátor je vhodný a přenosová funkce z w do y je nenulová pro vysoké frekvence.
- Hodnost matice $\begin{bmatrix} A - j\omega I & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix} = n + m_2$ pro všechny frekvence.
- Hodnost matice $\begin{bmatrix} A - j\omega I & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix} = n + p_2$ pro všechny frekvence.
- $D_{11} = 0, D_{22} = 0$, tato podmínka není nezbytně nutná, ale zjednoduší zápis a řešení rovnic. Zaručuje, že přenosová funkce z w do z , nebo z u do y se blíží k nule pro vysoké frekvence

□ Problém smíšené citlivosti (Mixed-Sensitivity Problem)

Váhy (váhové funkce) umožňují definovat požadavky na robustní regulátor. Při jejich určování je nutno nejprve stanovit jejich počáteční hodnoty. Váhy jsou definovány pomocí přenosů. Ty vycházejí např. z fyzikálních požadavků nebo případně odhadů. K takto navrženým vahám se hledá robustní regulátor. Pokud výsledný regulační děj nesplňuje požadavky, je nutno váhy upravit a celý postup opakovat, dokud není výsledek uspokojivý.



Obr. 3.18. Schéma pro návrh robustního regulátoru pro problém smíšené citlivosti

Na Obr. 3.18. je typické schéma zapojení s robustním regulátorem. Do soustavy G vstupuje na vstupu rušení d_i a na výstupu rušení d . Požadavky na regulační děj a jeho kvalitu posuzujeme podle velikosti regulačního zásahu u a regulační odchylky e .

Tyto požadavky popíšeme pomocí vah W_i , W_d , W_e , W_u .

Vstupní váhy volíme podle známé velikosti rušení a šumů.

Např.

$$W_i = 0,001$$

$$W_d = 0,01$$

znamená, že na rušivém vstupu d_i připouštíme bílý šum o amplitudě 0,001 a na vstupu d bílý šum o amplitudě 0,01. Pokud by se jednalo o jiný než bílý šum, popsali bychom ho systémem prvního řádu a tím určili jeho „barvu“.

Význam vah vyplývá ze schématu, kdy si na vstupech $\tilde{d}_i$, $\tilde{d}$ představíme bezrozměrnou hodnotu $1(\omega)$ (tj. spektrum s amplitudou 1), které váhy převedou do fyzikálních jednotek soustavy (např. napětí nebo výchylka).

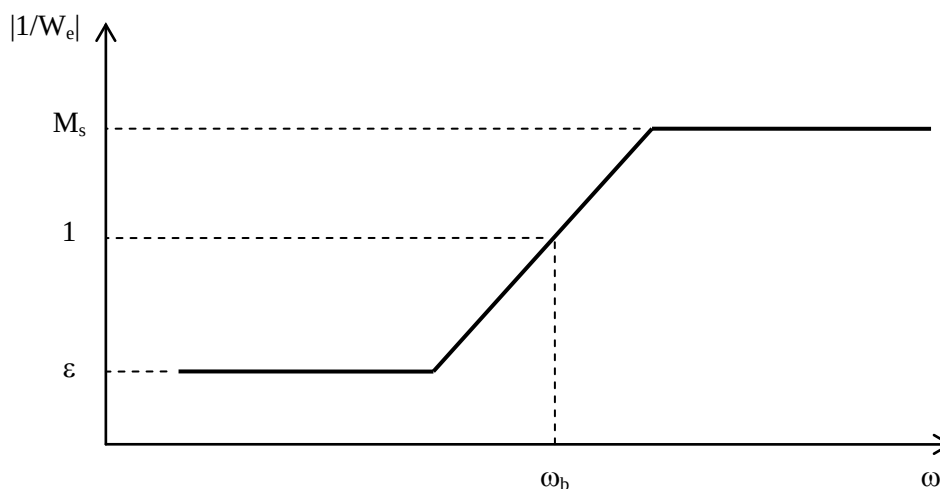
V případě výstupních vah je to podobné. Regulační odchylka e a regulační zásah u je obecně v jiných jednotkách a je potřeba stanovit míru důležitosti jejich minimalizace. Na výstupech $\tilde{e}$, $\tilde{u}$ si opět představíme bezrozměrnou hodnotu $1(\omega)$. Potom váha $1/W_e$ vyjadřuje požadované chování (omezení) regulační odchylky a váha $1/W_u$ požadované chování (omezení) akční veličiny, viz Obr. 3.19. a Obr. 3.20.

Na Obr. 3.19 je typická váha $1/W_e$ a na Obr. 3.20 váha $1/W_u$. Parametry M_s a M_u určují max. hodnotu, kterou očekáváme na regulační odchylce e a akční veličině u . V prvním případě se jedná o omezení maximálního překmitu regulačního děje, ve druhém případě o omezení maximálního regulačního zásahu (např. kroutící moment servomotoru). Parametr ω_b umožňuje definovat frekvenci, kdy očekáváme ustálení regulačního děje, převrácená hodnota je tedy ekvivalentem časové konstanty. Parametr ω_{bc} umožňuje definovat frekvenční omezení akční veličiny (např. omezení servomotoru na vyšších frekvencích vlivem setrvačnosti). Při jeho volbě si musíme uvědomit, že závisí na velikosti M_u . Z toho plyne že, časová konstanta omezení akční veličiny je přibližně rovna M_u/ω_{bc} . Parametry ε a ε_1 jsou realizační konstanty a měly by se podle potřeby volit několikrát menší než M_s resp. M_u .

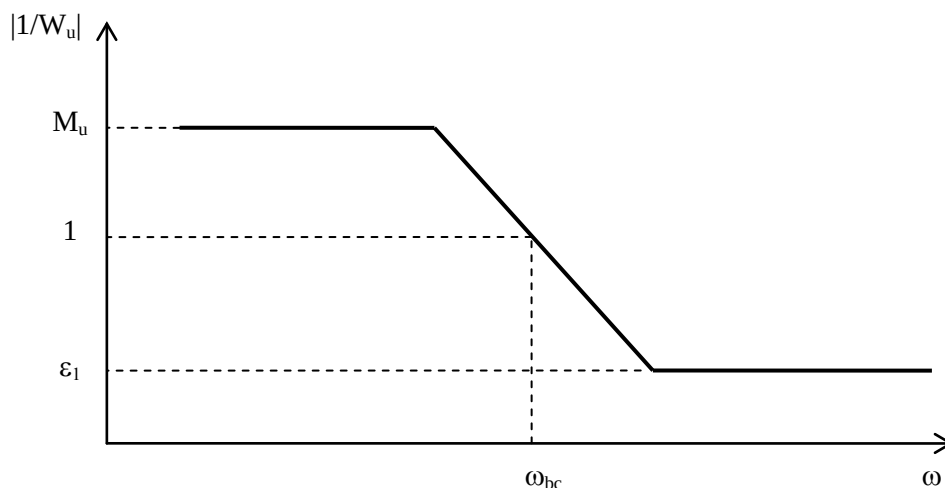
Pro zvolené parametry můžeme nyní spočítat přenosy vah W_e a W_u :

$$W_e = \frac{s/M_s + \omega_b}{s + \omega_b \varepsilon}$$

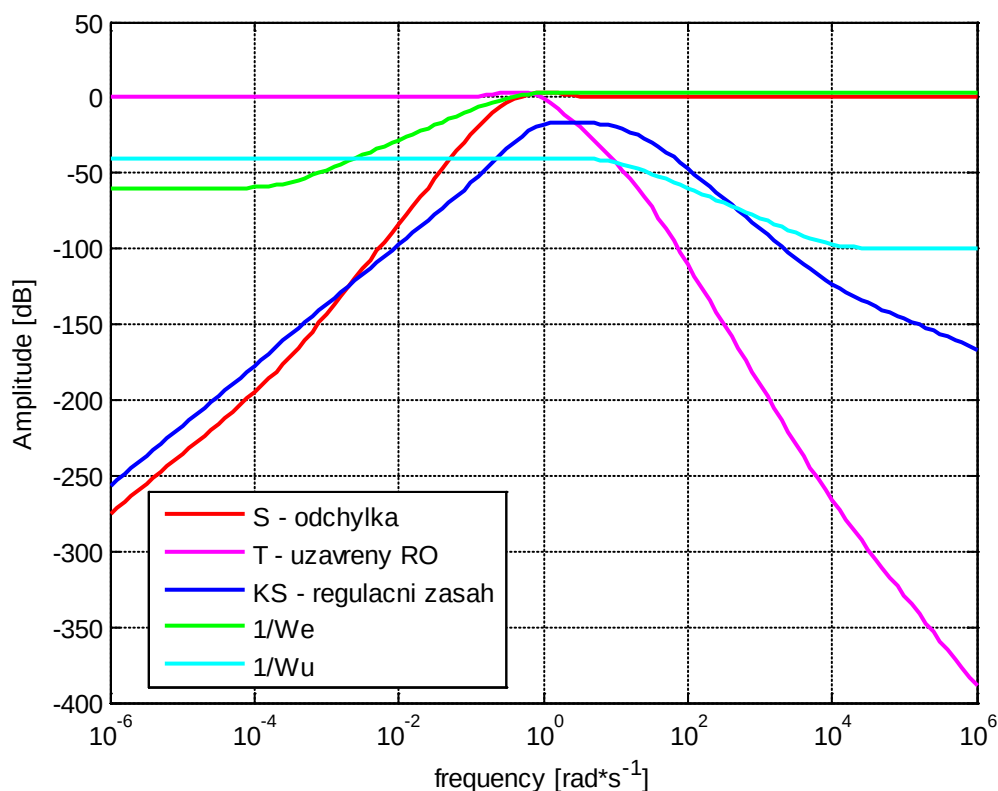
$$W_u = \frac{s + \omega_{bc}/M_u}{\varepsilon_1 s + \omega_{bc}}$$

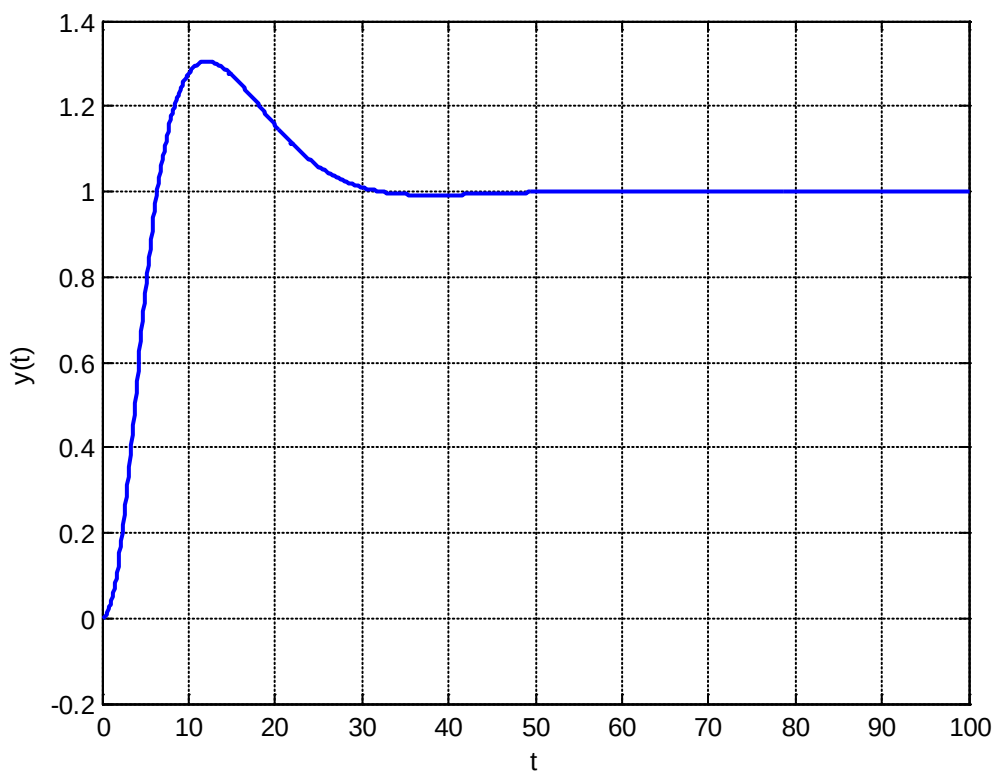


Obr. 3.19. Váhová funkce $1/W_e$


 Obr. 3.20. Váhová funkce $1/W_u$

Pro navržené váhy nyní vypočítáme vhodný regulátor, který minimalizuje kritéria definovaná pomocí vah. Výsledné frekvenční charakteristiky jsou na Obr. 3.21. Přenos $S(\omega)$ je přenosem odchylky e v uzavřené smyčce. Přenos $T(\omega)$ je přenosem řídicí veličiny r v uzavřené smyčce. Přenosy $S(\omega)$ a $T(\omega)$ jsou komplementární funkce, tzn. $S(\omega) + T(\omega) = 1$. Z jejich přenosu můžeme usuzovat na rychlost regulačního děje. Z charakteristiky $K(\omega)S(\omega)$ můžeme posoudit frekvenční chování regulátoru a regulační zásah. Pro návrh vah by mělo platit, že $|S(\omega)| \leq 1/|W_e(\omega)|$ a $|K(\omega)S(\omega)| \leq 1/|W_u(\omega)|$. Nalezený robustní regulátor však toto nemusí pro všechny frekvence splnit, což lze z charakteristik pozorovat. Je nutné si uvědomit, že se jedná o kompromisní návrh. Pokud chceme urychlit regulační děj nebo snížit překmit, měli bychom umožnit větší regulační zásah apod. Postupným experimentováním s parametry vah nalezneme optimální výsledek. Výsledný regulační děj viz Obr. 3.22.


 Obr. 3.21. Frekvenční charakteristiky regulačního obvodu a návrh vah W_e a W_u



Obr. 3.22. Výsledný regulační děj



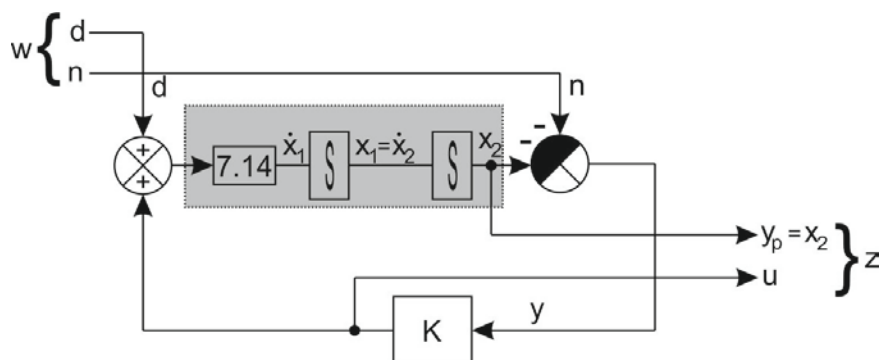
Řešený příklad 3.3.1

Zadání: Navrhněte řízení H_∞ pro matematický model kuličky na tyči popsany přenosem

$$G(s) = \frac{7.14}{s^2}$$

Řešení:

Nakreslíme vnitřní stavové schéma a upravíme tak, aby odpovídal struktuře na Obr. 3.17.:



Odvodíme všechny matice potřebné pro sestavení pakované matice:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7.14 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7.14 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ n \end{bmatrix}$$

$$y = [0 \quad -1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + [0 \quad -1] \begin{bmatrix} d \\ n \end{bmatrix} + 0u$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 7.14 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 7.14 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$D_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_2 = [0 \quad -1]$$

$$D_{21} = [0 \quad -1]$$

$$D_{22} = 0$$

Pakovaná matice je pak sestavena jako

$$P(s) = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix}$$



CD-ROM

Prostudujte si zdrojové soubory *example_3_3_1_podklad.m* a *example_3_3_1_schema.mdl*. Činnost robustního regulátoru je dokumentována v souboru *Animace06*.



Řešený příklad 3.3.2

Zadání: Navrhněte řízení H_∞ s uvažováním vah (Mixed-Sensitivity Problem) pro matematický model kuličky na tyči. Nejprve neuvažujte váhu W_i a poté ji zaveďte.

Řešení:



CD-ROM

Prostudujte si zdrojové soubory *example_3_3_2_podklad_bezWi.m*, *example_3_3_2_podklad.m*, a *example_3_3_2_schema.mdl*.



Shrnutí pojmů 3.3

Cílem robustního řízení je navrhnout řídicí systém, který pracuje v reálném prostředí, které se může v čase měnit.

- stárnutí komponent,
- změny parametrů vlivem teploty,
- změny parametrů vlivem pracovního prostředí.

Příslušná schopnost řídicího systému akceptovat tyto změny v reálných situacích se nazývá **robustnost**. Předpokládá se, že parametr systému prvního řádu je $a = 1$, ale vlivem změn se jeho hodnota může měnit až o 50%, $0,5 \leq a \leq 1,5$.

Jestliže se navrhne regulátor, který nemění své vlastnosti pro všechny tyto hodnoty, pak říkáme, že systém je **robustně stabilní**.



Otázky 3.3

1. Jaký je základní princip při návrhu H_∞ ?



Úlohy k řešení 3.3

Zadání: Navrhněte řízení H_∞ pro soustavu popsanou maticemi $A = \begin{bmatrix} 2 & -3.25 & 0 \\ 8 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$;

$B = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$; $C = \begin{bmatrix} 0 & 0.25 & 0.1875 \end{bmatrix}$; $D = 0$;

3.4. Samonastavující se regulátory



Čas ke studiu: 4 hodiny



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

popsat reléovou a momentovou metodu pro samonastavující se regulátory
demonstrovat návrh samonastavujícího se regulátoru v prostředí REX



Výklad

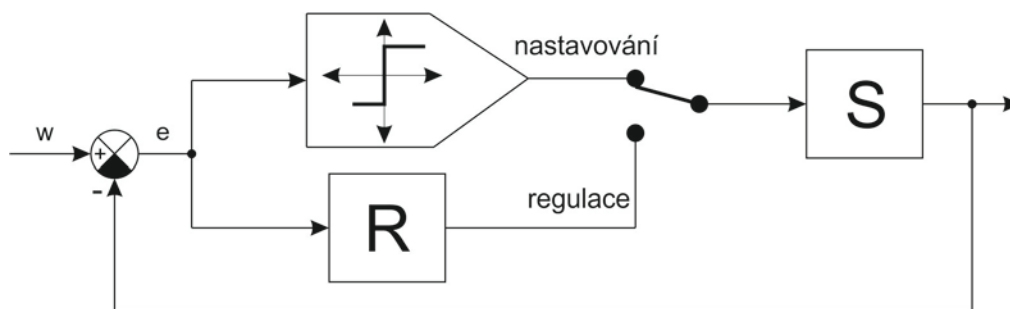
□ Úvod

Metod samočinného nastavení konstant regulátorů v programovatelných automatech je více. V této práci jsou popsány dvě z nich – reléová a momentová metoda.

□ Reléová metoda

Hledání kritického zesílení je iterativní a u pomalejších systémů zdlouhavý proces. Pro účely samočinného nastavování se proto obvykle modifikuje do podoby znázorněné na Obr. 3.23. V nastavovacím režimu je regulátor odpojen a místo něho je zapojena dvupolohová reléová nelinearita, tzn. dvupolohový regulátor. V obvodu s dvupolohovým regulátorem regulovaná veličina kmitá kolem žádané hodnoty. K přibližné analýze systému s reléovou zpětnou vazbou se využívá

skutečnosti, že regulované soustavy se z hlediska frekvenčních vlastností vesměs chovají jako dolní propusti.



Obr. 3.23. Regulační obvod s regulátorem a relé

Pokud předpokládáme, že žádaná hodnota w je nulová a pokud se v systému vytvoří ustálené kmity s frekvencí ω , bude na výstupu reléového členu periodický pravoúhlý signál. V nejjednodušším případě symetrické nelinearity bez hystereze to budou pravoúhlé kmity se střídou 1:1. Amplitudy vyšších harmonických jsou oproti signálu základní frekvence menší a také regulovaná soustava vzhledem ke svému charakteru dolní propusti signály vyšších frekvencí potlačuje. Za těchto okolností lze vyšší harmonické zanedbat a pokládat průběhy regulované veličiny i regulační odchylky za přibližně harmonické. Vztah mezi první harmonickou výstupu reléové charakteristiky a harmonickým vstupním signálem e je nazýván ekvivalentním přenosem. Pro vstupní harmonický signál a zmíněnou symetrickou nelinearitu bez hystereze bude ekvivalentní přenos ve tvaru

$$N(A) = \frac{4M}{\pi A},$$

Kde M je amplituda na výstupu reléové nelinearity

A je amplituda vstupního signálu

Protože ekvivalentní přenos je reálný a kladný, obvod bude kmitat na frekvenci, na níž je přenos regulované soustavy reálný a záporný, tzn. právě na kritické frekvenci. Odpovídající kritickou periodu lze snadno změřit pomocí jednoduchého algoritmu detekujícího okamžiky průchodu signálu regulační odchylky nulou. Kritické zesílení tedy lze počítat podle vztahu

$$r_k = \frac{4M}{\pi A}.$$

Amplituda na výstupu reléové nelinearity M je známá a amplitudu vstupního signálu A lze snadno změřit. Stanovení kritického zesílení a kritické periody je tak možné bez nutnosti obvyklým iteračním postupem zvyšovat a opětovně snižovat zesílení P regulátoru a regulační obvod uvádět na mez stability. Ve skutečné aplikaci se však jen zřídka hledají kritické parametry při nulové žádané hodnotě, neboť vzhledem k nelinearitě většiny regulovaných soustav je třeba nastavení regulátoru provést v předpokládaném pracovním rozsahu. Samočinnému nastavování regulátoru proto musí přecházet uvedení regulované soustavy do vhodně zvoleného rovnovážného stavu. Jemu odpovídá určitá hodnota akční veličiny u_0 , obecně (s výjimkou astatické soustavy) nenulová. Charakteristika dvoupolohové nelinearity pak bude opět symetrická, ovšem nikoli vzhledem k nule, ale vzhledem k u_0 . Při $e > 0$ bude na výstupu $u_0 + M$, při $e < 0$ bude na výstupu $u_0 - M$. Toto počáteční ustálení je možno provést i automaticky. K vlastní identifikaci je vhodné volit velikost M tak, aby amplituda výsledného limitního cyklu byla zřetelně nad úrovní šumu, ale zároveň co nejmenší. Výsledkem identifikace je dvojice kritických parametrů: zesílení a perioda. U této metody je třeba počítat s tím, že zanedbané vyšší harmonické mají amplitudy ve srovnání s první harmonickou sice malé, ale ne však nulové. Ve většině případů je vzniklá chyba v řádu jednotek procent a tedy vcelku přijatelná. Je-li přesto žádoucí ji dále snížit, lze vyjít z toho, že pravoúhlý signál s Fourierovým rozvojem je poněkud nepříjemný tím, že amplituda s rostoucím řádem harmonické klesá dosti pomalu (třetí harmonická má stále 33% amplitudy harmonické a pátá harmonická 20%). Řešením proto může být náhrada reléové nelinearity nelineárními členy, jejichž výstupní signál vykazuje rychlejší pokles amplitudy s řádem harmonické.

Existují některé typy systémů, u nichž může být chyba odhadu značná i s takto modifikovanými nelinearitami. Metoda relé totiž předpokládá nejen, že regulovaná soustava má charakter dolní propusti, což je splněno téměř vždy, ale také že její kritická frekvence zhruba odpovídá mezní frekvenci a nad kritickou frekvencí tak její zesílení rychle klesá. Tento předpoklad však nemusí být splněn např. u soustav s dominantním časovým zpožděním. U nich je kritická frekvence rozhodující měrou velikosti zpoždění, zatímco mezní frekvence závisí pouze na časových konstantách zbytku přenosu. Z toho vyplývá, že u systému s dopravním zpožděním nemusí být splněn předpoklad o potlačení vyšších harmonických soustavou a proto tato metoda povede ke zcela nesprávným výsledkům. Obdobné problémy mohou nastat i u procesů, jejichž frekvenční charakteristika vykazuje rezonanční převýšení. Existují také typy přenosů, s nimiž se vůbec neustaví stabilní limitní cyklus a metoda je zcela nepoužitelná. Příkladem může být třeba přenos s astatismem druhého řádu. Tato metoda samočinného nastavení má tedy jistá omezení. Ta nicméně nejsou fatální, neboť se většinou týkají buď takových typů přenosů, které nejsou v praxi příliš běžné, nebo takových, k jejichž regulaci se PID resp. PI či PD regulátory stejně příliš nehodí.

S ohledem na šum, který by mohl nežádoucím způsobem ovlivnit okamžiky přepínání dvoupolohové nelinearity a tím zkreslit průběh limitního cyklu, je vhodné při skutečné implementaci doplnit tuto nelinearitu o hysterezi. Tím však ekvivalentní přenos nebude čistě reálný a proto nebude frekvence limitního cyklu přesně odpovídat kritické frekvenci. Řešením je volit hysterezi co nejmenší a pouze takovou, aby přesahovala hladinu šumu. Pak je možné ji vzhledem k přibližné povaze metody obvykle zanedbat a při vyhodnocení limitního cyklu předpokládat nelinearitu bez hystereze. Z tohoto hlediska tedy hystereze snižuje přesnost.

Výsledkem identifikace je tedy dvojice kritických parametrů: zesílení a perioda. Z těchto parametrů je pak sestaven PID regulátor pomocí metody Zieglera-Nicholse, Astroma-Hagglunda, Chien-Hrones-Reswicka nebo například podle Cochen-Coonovy metody.

□ Momentová metoda

Momentová metoda je metoda vyvinutá prof. Schleglem ze ZČU Plzeň a implementována do PLC německé firmy PMA a do knihovny funkčních bloků Rexlib pro programovací prostředí Matlab-Simulink.

Základem tohoto přístupu je tzv. množinový model procesu, který je definován jako množina přípustných přenosů, které vyhovují informacím dvojího druhu: apriorní informaci a informaci získané v identifikačním experimentu. Apriorní informace vyděluje z množiny všech lineárních systémů přesně definovanou a relativně úzkou množinu takových systémů (přibližně systémy s monotónní přechodovou charakteristikou), pomocí nichž lze dostatečně přesně popsat téměř celý okruh reálných technologických procesů.

Odměření a zpracováním odezvy řízeného systému na vhodně definovaný obdélníkový puls se získají první tři momenty (ekvivalentně první tři členy Taylorovy řady) přenosové funkce řízeného procesu. Tyto první tři momenty, tzv. charakteristická čísla K_0 , μ , δ mají jasný fyzikální význam:

K_0 je statické zesílení, μ je zpoždění a δ je doba reakce. Množina přípustných systémů pak tvoří množinový model.

Úloha robustního návrhu regulátoru pak spočívá v nalezení takového regulátoru, který zajistí splnění stanovených požadavků pro libovolný systém patřící do množinového modelu a který současně minimalizuje jisté optimalizační kritérium.

Předpokladem této metody je, že přenos řízené soustavy lze popsat s dostatečnou přesností přenosem s reálnými stabilními póly a bez nul. Stupeň jmenovatele přenosu řízeného systému není omezen.

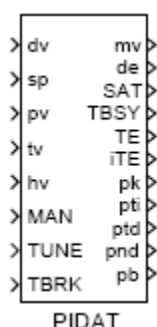
Tento autotuner lze použít pro seřízení PI nebo PID regulátoru statického či astatického procesu, který je libovolně složitý (má libovolný řád) a obsahuje libovolně velké dopravní zpoždění. Jediný apriorní předpoklad (kromě linearit), který by měl řízený proces splňovat, je podmínka monotónnosti jeho přechodové charakteristiky. Tento předpoklad je však splněn pro převážnou většinu průmyslových procesů. Ve srovnání s reléovým autotunerem má výhodu v tom, že jeho identifikační experiment je

podstatně kratší. Na druhé straně však vyžaduje příznivější poměr užitečného signálu k šumům a poruchám.

□ PIDAT – PID regulátor s reléovým autotunerem

Dokumentace k bloku PIDAT je uvedena v dokumentaci ke knihovně Rexlib na stránkách www.rexcontrols.cz.

Blok PIDAT je vybaven funkcí automatického nastavování parametrů regulátoru pomocí reléové metody. Pro využití této funkce je nutné převést řízený systém do přibližně ustáleného stavu (ve vhodném pracovním bodě), zvolit požadovaný typ regulátoru (PI nebo PID) a aktivovat vstup *TUNE* hodnotou 1 (start identifikačního experimentu). V následném identifikačním experimentu je řízený proces regulován pomocí speciálního adaptivního reléového regulátoru a ze získaného záznamu vstupu a výstupu procesu je odhadnut vhodný bod jeho frekvenční charakteristiky. Na základě toho jsou poté určeny parametry regulátoru. Amplitudu reléového regulátoru (úroveň vybuzení systému) je možné nastavit parametrem *amp* a jeho hysterezi parametrem *hys*. Pokud je zvoleno *hys* = 0, potom se hystereze relé určí automaticky na základě odhadu úrovně šumu měření regulované veličiny. Během identifikačního experimentu je bit *TBSY* = 1. Po řádném skončení experimentu je bit *TE* = 0 a vypočítané parametry regulátoru se objeví na výstupech *pk*, *pti*, *ptd*, *pnd*, *pb*. Skončil-li experiment s chybou je *TE* = 1 a výstup *ite* blíže specifikuje důvod chyby. Při výskytu chyby se doporučuje zvětšit parametr *amp*. Jeho volbu usnadňuje zabudovaná funkce, která parametr *amp* automaticky zmenšuje při hrozbě překročení maximální dovolené odchylky *maxdev* regulované veličiny od jejího počátečního ustáleného stavu. Identifikační experiment je možné předčasně ukončit aktivací vstupu *TBRK*. Blok PIDAT regulátoru PID s reléovým autotunerem je zobrazen na Obr. 3.24.

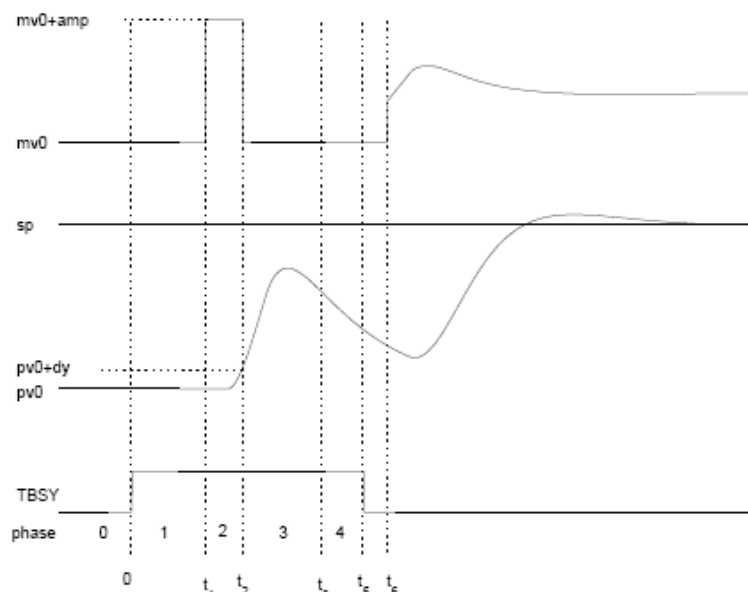


Obr. 3.24. Blok PIDAT a jeho rozhraní

□ PIDMA – PID regulátor s momentovým autotunerem

Blok PIDMA rozšiřuje řídicí funkci standardního PID regulátoru o vestavěné automatické nastavování parametrů pomocí momentové metody. Před spuštěním autotuneru musí operátor ve vhodném pracovním bodě dosáhnout ustáleného stavu a zvolit požadovaný typ regulátoru *itype* (PI nebo PID) a nastavit další parametry autotuneru (*iainf*, *DCG*, *tdg*, *tn*, *amp*, *dy* a *ispeed*).

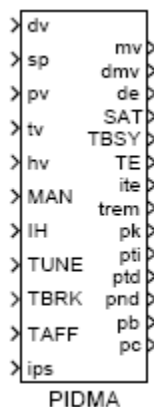
Identifikační experiment se startuje vstupem *TUNE* (vstupem *TBRK* jej lze předčasně ukončit). V tomto módu (*TBSY* = 1) je nejprve odhadnut drift a šum regulované veličiny (ve specifikovaném čase *tdg* + *tn*) a poté je na vstup procesu aplikován pravoúhlý puls. Z odezvy procesu jsou odhadnuty první tři momenty jeho impulsní odezvy. Amplituda pulsu se nastavuje parametrem *amp*. Puls je ukončen poté, co se hodnota regulované veličiny *pv* změní o více, než určuje tolerance (práh) *dy*. Pokud je nastaven příznak *DCG*, používá se při zpracování signálu speciální kompenzace trendu signálu. Odhad času zbývajících do konce procesu ladění je přiveden na výstup *trem*. Pokud experiment skončí úspěšně (*TE* = 0) a vstup *ips* = 0, objeví se optimální parametry na výstupech *pk*, *pti*, *ptd*, *pnd*, *pb*, *pc*. V opačném případě (*TE* = 1) určuje výstup *ite* kód chyby experimentu. Další hodnoty vstupu *ips* jsou rezervovány pro speciální účely. Funkce momentového autotuneru je demonstrována na Obr. 3.25.



Obr. 3.25. Demonstrace funkce momentového autotuneru

Během identifikačního experimentu výstup *ite* indikuje jednotlivé fáze činnosti autotuneru. Tyto fáze jsou uvedeny v Tab. 1. Ve fázi odhadu strmosti odeznívání odezvy (*ite* = -4) může být proces ladění předčasně manuálně ukončen. V tomto případě jsou parametry regulátoru řádně navrženy, avšak jejich možná nepřesnost je indikována varovným kódem *ite* = 100. Po ukončení experimentu ($TBSY \rightarrow 0$) je funkce regulátoru závislá na nastaveném režimu (manuální, automatický). Jestliže $TAFF = 1$, potom jsou navržené parametry okamžitě použity. Blok PIDMA regulátoru PID s reléovým autotunerem je zobrazen na Obr. 3.26.

Hodnota parametru	Význam parametru
0	Čekání na ustálený stav před začátkem experimentu
-1	Odhad driftu a šumu (parametry tdg , tn)
-2	Generování obdélníkového pulsu (puls končí při změně p_v o hodnotu větší než dy)
-3	Hledání vrcholu odezvy
-4	Odhad rychlosti ustalování odezvy



Obr. 3.26. Blok PIDMA a jeho rozhraní



Řešený příklad 3.4.1

Zadání : Simulujte regulační systém s reléovým autotunerem pro soustavu druhého řádu s časovými konstantami

$$T_1 = 5s$$

$$T_2 = 10s$$

a zesílením $k = 1$.

Přenos regulované soustavy druhého řádu pak je:

$$G(s) = \frac{k}{(T_1 \cdot s + 1) \cdot (T_2 \cdot s + 1)} = \frac{1}{(5 \cdot s + 1) \cdot (10 \cdot s + 1)}$$

Řešení:

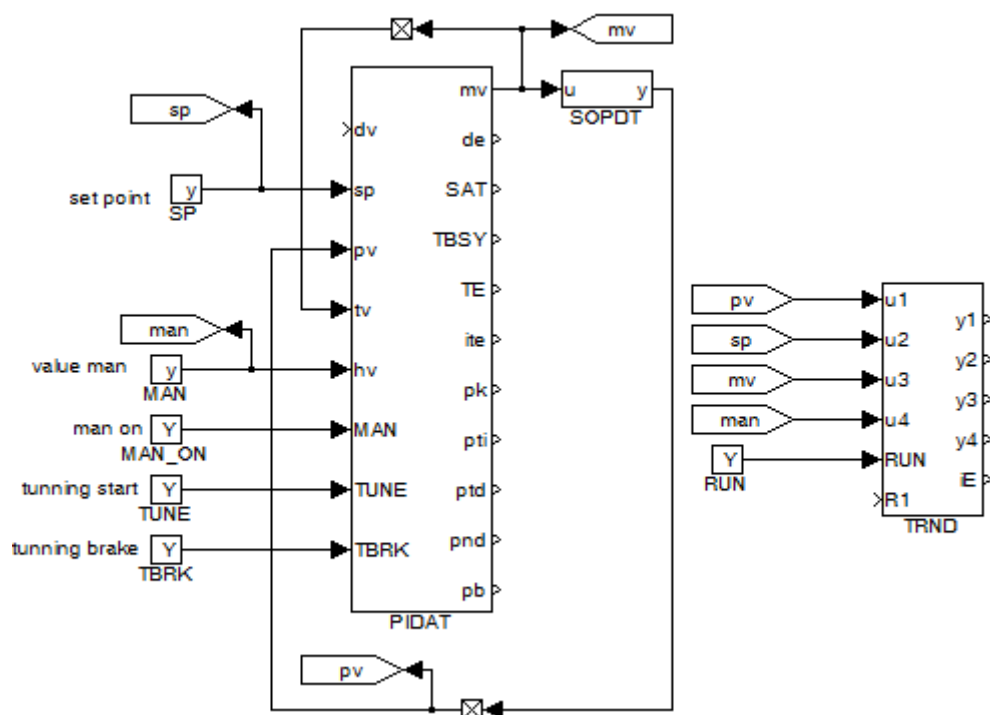


CD-ROM

Prostudujte si zdrojové soubory *example_3_4_1_main.mdl* a *example_3_4_1_proces.mdl*.

Popis řešení příkladu s reléovým autotunerem:

Na Obr. 3.27. je zobrazeno schéma řídicího systému v Simulinku. Blok PIDAT je PID regulátor s reléovým autotunerem, blok SOPDT je simulačním blokem řízené soustavy. Jednotlivým výstupům z bloku PIDAT jsou přiřazeny výstupy, na kterých lze vidět jednotlivé vypočtené parametry PID regulátoru pro zvolenou soustavu.



Obr. 3.27 Blokové schéma řídicího systému

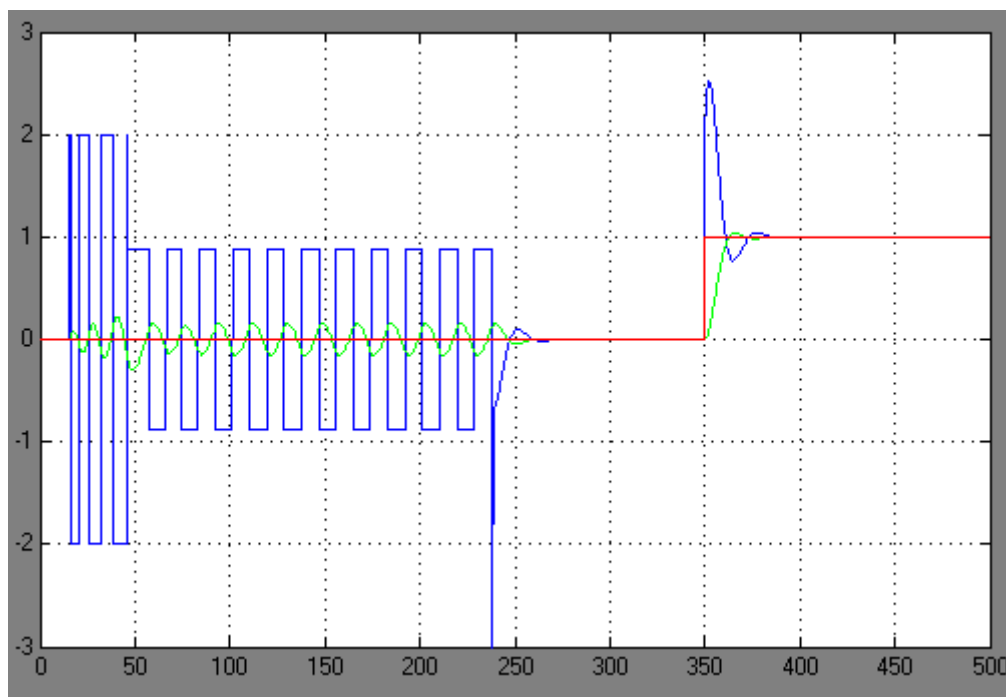
Navržené parametry PID regulátoru pro zvolenou soustavu:

Parametr	Hodnota	Význam parametru
pk	5,472	Proporcionální složka PID regulátoru
pti	7,793	Integrační složka PID regulátoru
ptd	1,948	Derivační složka PID regulátoru
pnd	10	Navržená filtrace derivační složky PID regulátoru
pb	0,3632	Navržený váhový faktor proporcionální složky PID regulátoru

Laplaceova transformace výstupu PID regulátoru bude ve tvaru:

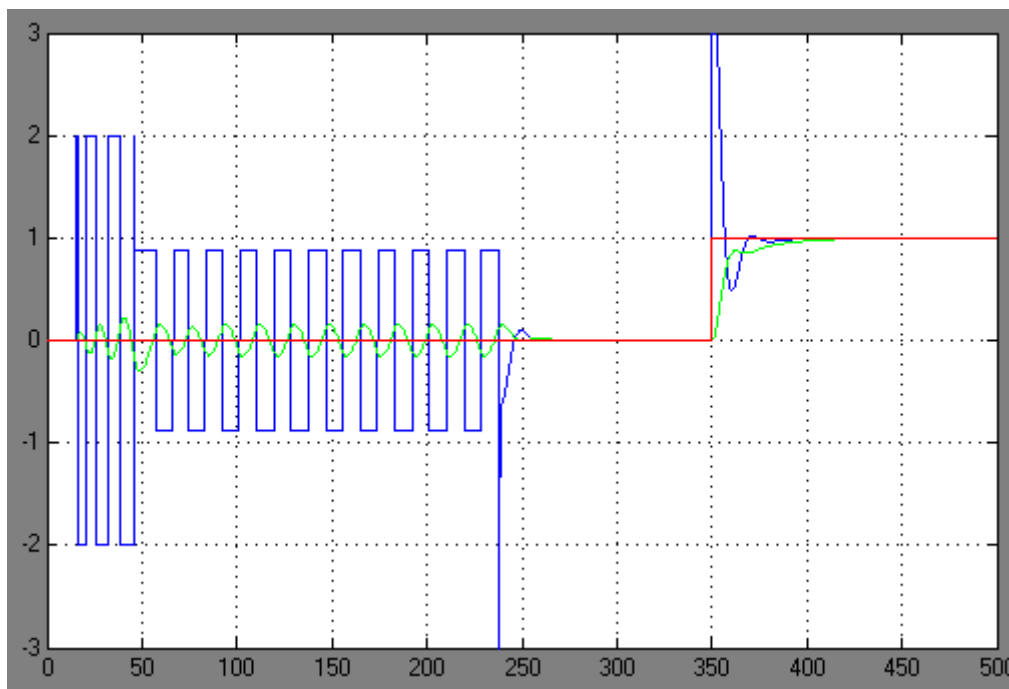
$$U(s) = 5,472 \cdot \left\{ 0,3632 \cdot W(s) - Y(s) + \frac{1}{7,793s} \cdot [W(s) - Y(s)] + \frac{1,948s}{\frac{1,948}{10}s + 1} \cdot [-Y(s)] \right\}$$

Na Obr. 3.28. je uveden výsledek simulačního experimentu, kdy je žádaná hodnota na začátku na nule, v čase 10 sekund je zapnut autotuner pomocí $TUNE = 1$, v čase 350 sekund je pak aplikován jednotkový skok. Na uvedeném obrázku lze pozorovat jednotlivé veličiny uzavřeného regulačního obvodu: žádaná hodnota (červeně), regulovaná veličina (zeleně) a akční veličina (modře).

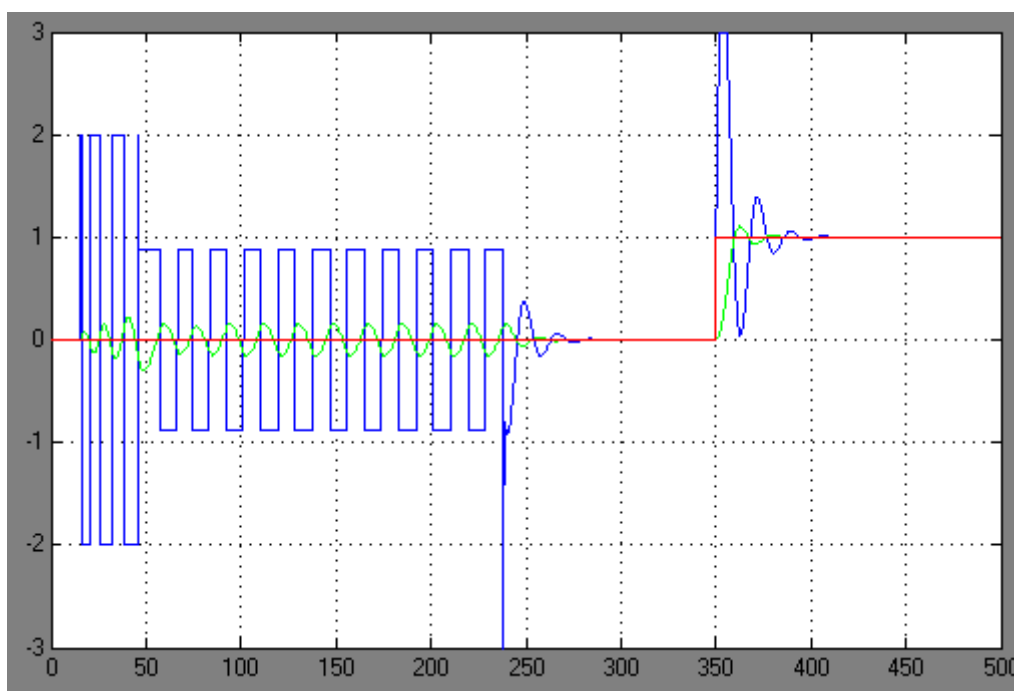


Obr. 3.28. Výsledek simulačního experimentu s požadavkem na normální odezvu

U bloku PIDAT je možné nastavit apriorní informaci o procesu. Protože je zvolena statická řízená soustava, je možné nastavit do bloku tuto informaci a s tím je možné zvolit požadavek na pomalou, normální (Obr. 3.28.) a rychlou odezvu na skok řízené veličiny. Dosud zveřejněné výsledky v této kapitole ukazují výsledek simulačního experimentu na požadavek na normální odezvu. Pro porovnání je na Obr. 3.29. zobrazen výsledek simulačního experimentu na požadavek na pomalou odezvu a na Obr. 3.30. je uveden výsledek simulačního experimentu s požadavkem na rychlou odezvu.



Obr. 3.29. Výsledek simulačního experimentu s požadavkem na pomalou odezvu



Obr. 3.30. Výsledek simulačního experimentu s požadavkem na rychlou odezvu



Řešený příklad 3.4.2

Zadání: Simulujte regulační systém s momentovým autotunerem pro soustavu druhého řádu s časovými konstantami

$$T_1 = 5s$$

$$T_2 = 10s$$

a zesílením $k = 1$.

Přenos regulované soustavy druhého řádu pak je:

$$G(s) = \frac{k}{(T_1 \cdot s + 1) \cdot (T_2 \cdot s + 1)} = \frac{1}{(5 \cdot s + 1) \cdot (10 \cdot s + 1)}$$

Řešení:

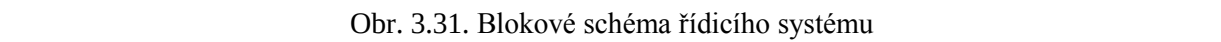


CD-ROM

Prostudujte si zdrojové soubory *example_3_4_2_main.mdl* a *example_3_4_2_proces.mdl*.

Popis řešení příkladu s momentovým autotunerem:

Na Obr. 3.31. je zobrazeno schéma řídicího systému v Simulinku. Blok PIDMA je PID regulátor s momentovým autotunerem, blok SOPDT je simulačním blokem řízené soustavy. Jednotlivým výstupům z bloku PIDMA jsou přiřazeny výstupy, na kterých lze vidět jednotlivé vypočtené parametry PID regulátoru pro zvolenou soustavu.



D	H	H'
---	---	----

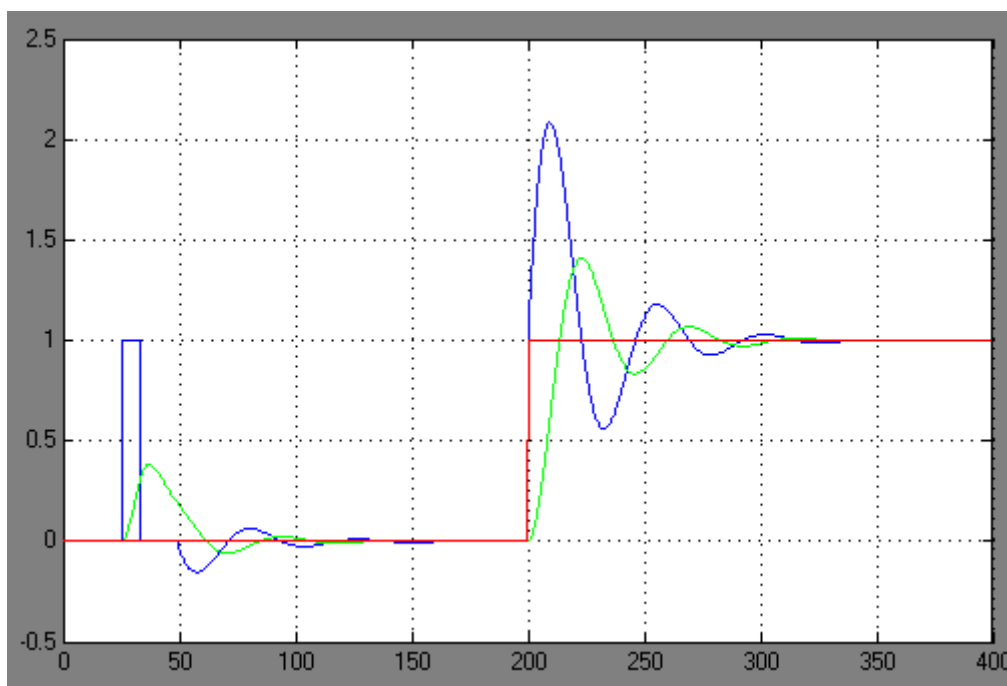
Na Obr. 3.32. je uveden výsledek průběhu parametru *ite* během experimentu. Hodnoty na ose y odpovídají jednotlivým fázím ladění.

68

Laplaceova transformace výstupu PID odpovídající navrženým parametrům regulátoru bude ve tvaru:

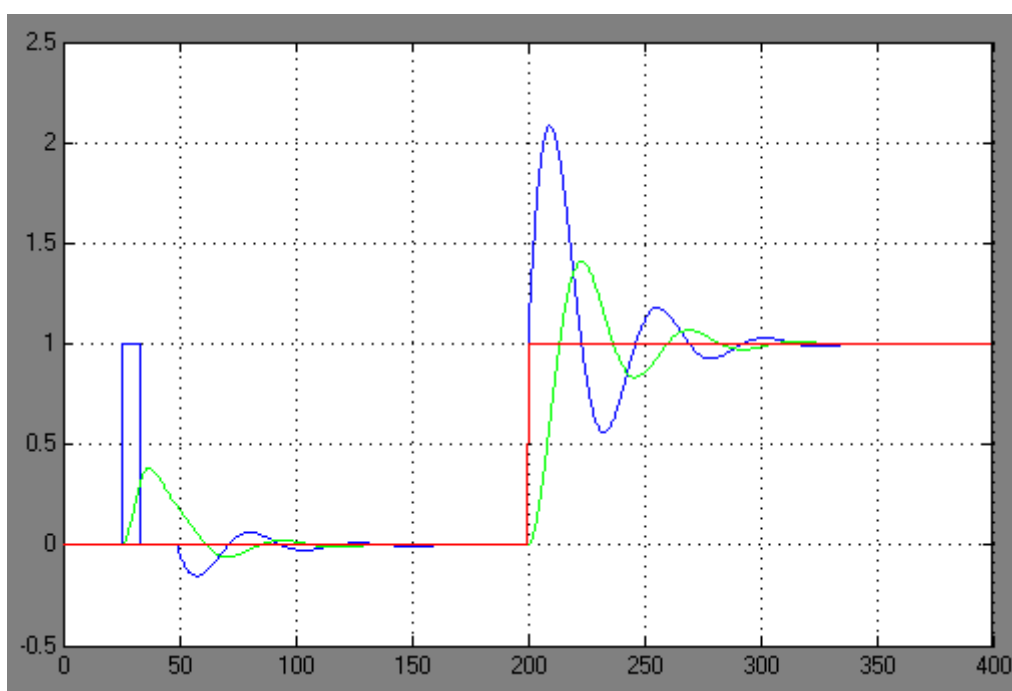
$$U(s) = 2,828 \cdot \left\{ -Y(s) + \frac{1}{7,492s} \cdot [W(s) - Y(s)] + \frac{1,67s}{\frac{1,67}{4}s + 1} \cdot [-Y(s)] \right\}$$

Na Obr. 3.33. je uveden výsledek simulačního experimentu, kdy je žádaná hodnota na začátku nulová, v čase 10 sekund je zapnut autotuner pomocí $TUNE = 1$, v čase 200 sekund je pak aplikován jednotkový skok. Na uvedeném obrázku lze pozorovat jednotlivé veličiny uzavřeného regulačního obvodu: žádaná hodnota (červeně), regulovalá veličina (zeleně) a akční veličina (modře).

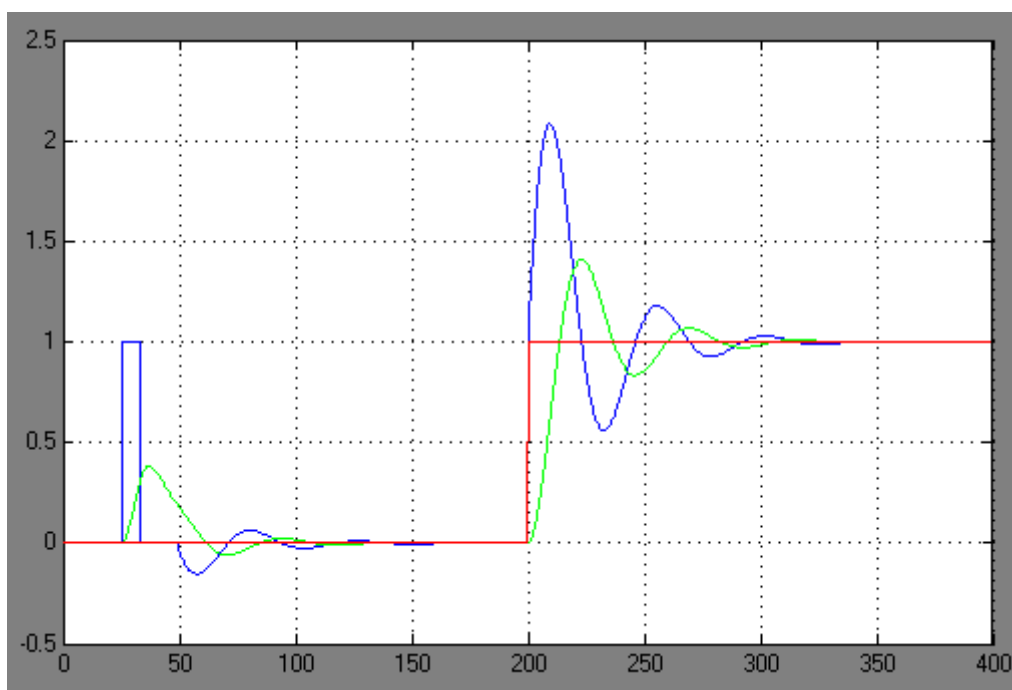


Obr. 3.33. Výsledek simulačního experimentu s požadavkem na normální rychlost uzavřené smyčky

U bloku PIDMA je možné nastavit požadovanou rychlost uzavřené smyčky – pomalou, normální a rychlou. Dosud zveřejněné výsledky v této kapitole ukazují výsledek simulačního experimentu s požadavkem na normální požadovanou rychlost uzavřené smyčky. Pro porovnání je na Obr. 3.34. zobrazen výsledek simulačního experimentu s požadavkem na pomalou rychlost uzavřené smyčky a na Obr. 3.35 je uveden výsledek simulačního experimentu s požadavkem na rychlou uzavřenou smyčku.



Obr. 3.34. Výsledek simulačního experimentu s požadavkem na pomalou rychlost uzavřené smyčky



Obr. 3.35. Výsledek simulačního experimentu s požadavkem na rychlou uzavřenou smyčku



CD-ROM

Činnost samonastavujících se regulátorů na reálné soustavě (na filtru 2. řádu) je zdokumentována v souboru *Video_05*. Simulace na platformě REX je zdokumentována v souboru *Animace07*.



Shrnutí pojmů 3.4

Reléová metoda- k přibližné analýze systému s reléovou zpětnou vazbou se využívá skutečnosti, že regulované soustavy se z hlediska frekvenčních vlastností vesměs chovají jako dolní propusti.

Momentová metoda- odměřením a zpracováním odezvy řízeného systému na vhodně definovaný obdélníkový puls se získají první tři momenty (ekvivalentně první tři členy Taylorovy řady) přenosové funkce řízeného procesu



Otázky 3.4

1. Jaké jsou základní metody, na základě kterých pracují samonastavující se regulátory?

3.5. Adaptivní řízení



Čas ke studiu: 3 hodiny



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

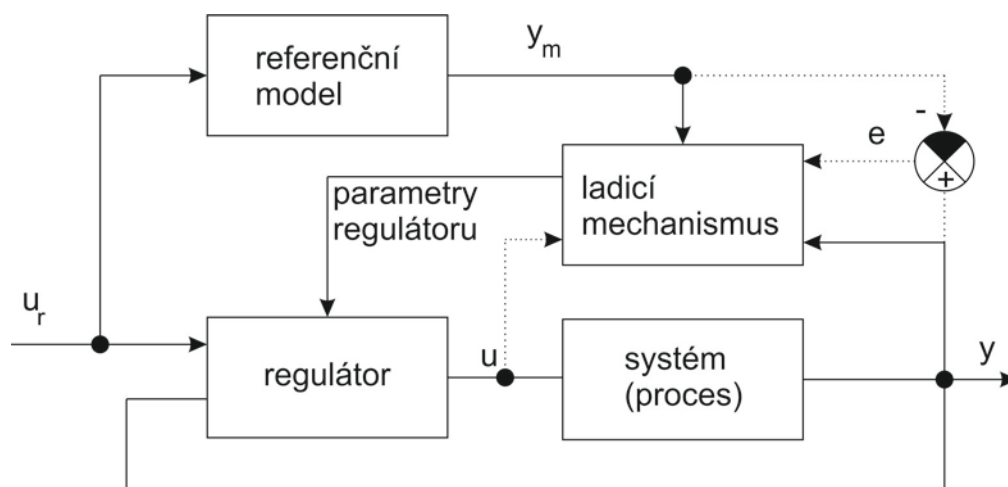
definovat princip činnosti obvodu s adaptivním řídicím systémem
popsat základní přístupy vedoucí na odvození adaptačních pravidel



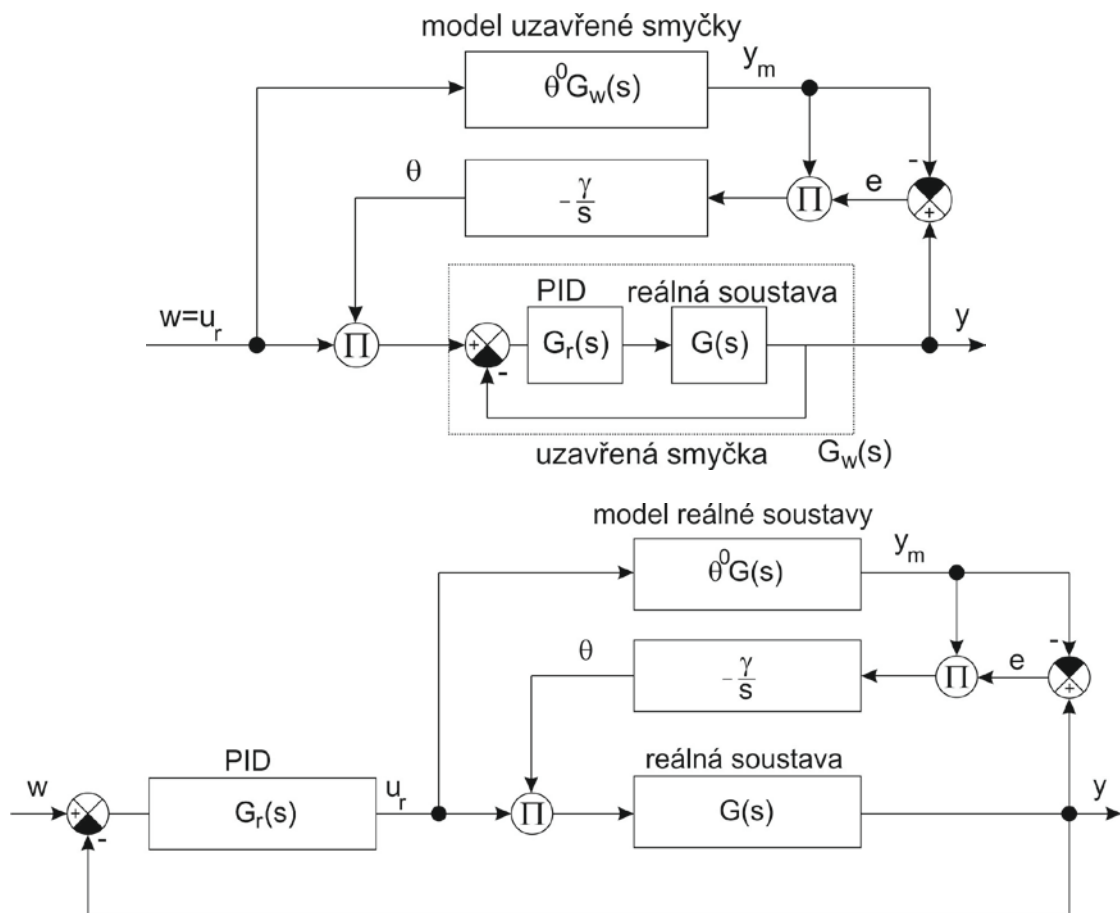
Výklad

□ Úvod

Adaptivní řídicí systémy s referenčním modelem byly původně navrhovány pro řízení spojitých (deterministických) systémů s neznámou dynamikou nebo měnící se dynamikou. Specifikace problému je založena na referenčním modelu, který říká, jaká by měla být ideální odezva řízeného systému (procesu) na referenční signál u_r . Blokový diagram je na Obr. 3.36a, resp. Obr. 3.36b.



Obr. 3.36a. Adaptivní řídicí systém s referenčním modelem



Obr. 3.36b. Aplikace adaptivního řídicího systému s referenčním modelem

Řídicí systém obsahuje dvě smyčky: vnitřní a vnější. Vnitřní smyčka je standardní zpětná vazba od řízeného procesu přes regulátor. Vnější smyčka obsahuje ladící mechanismus, umožňující nastavovat parametry regulátoru tak, aby chyba e mezi výstupem řízeného systému y a výstupem referenčního modelu $e_m = y - y_m$ byla minimální. Vnější smyčka tedy zahrnuje také regulátor. Klíčový problém je navrhnout ladící mechanismus tak, aby uzavřený systém byl stabilní a chyba e směřovala k nule, což je netriviální problém. V následující části se budeme zabývat problémem, jak navrhnout ladící mechanismus.

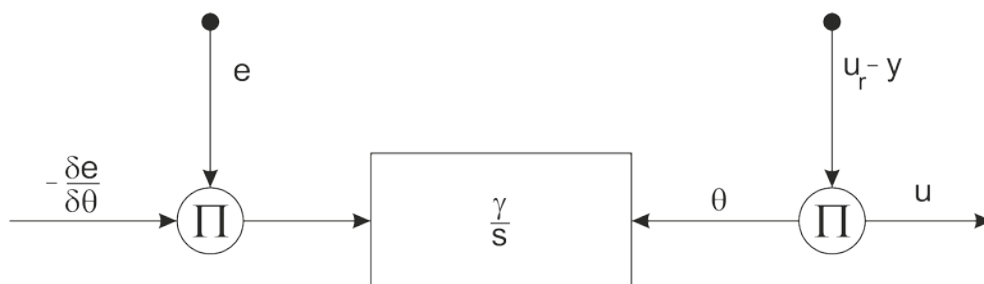
□ Gradientní přístup

Níže popsany mechanismus ladění je znám jako MIT:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma e \frac{\delta e}{\delta \theta}$$

Komponenty vektoru $\frac{\delta e}{\delta \theta}$ jsou citlivostní derivace chyby e vzhledem k nastavovaným parametrům θ . Aproximace citlivostních derivací mohou být generovány jako výstupy lineárního systému řízeného vstupy a výstupy řízeného procesu. Parametr γ určuje rychlost adaptace. Pravidlo MIT může být interpretováno následujícím způsobem. Předpokládejme, že parametry θ se mění mnohem pomaleji než jiné proměnné systému. Pro zajištění malého kvadrátu chyby může být vhodné měnit parametry ve směru negativního gradientu e^2 . Ladící mechanismus je vlastně složen z lineárního filtru generujícího citlivostní derivace, násobičky a integrátoru. Parametry jsou potom zavedeny do zákona řízení druhou

násobičkou. Tento mechanismus je jádrem mnoha adaptivních systémů s referenčním modelem. Na Obr. 3.37. je blokové schéma zdůrazňující tuto strukturu.



Obr. 3.37. Model chyby



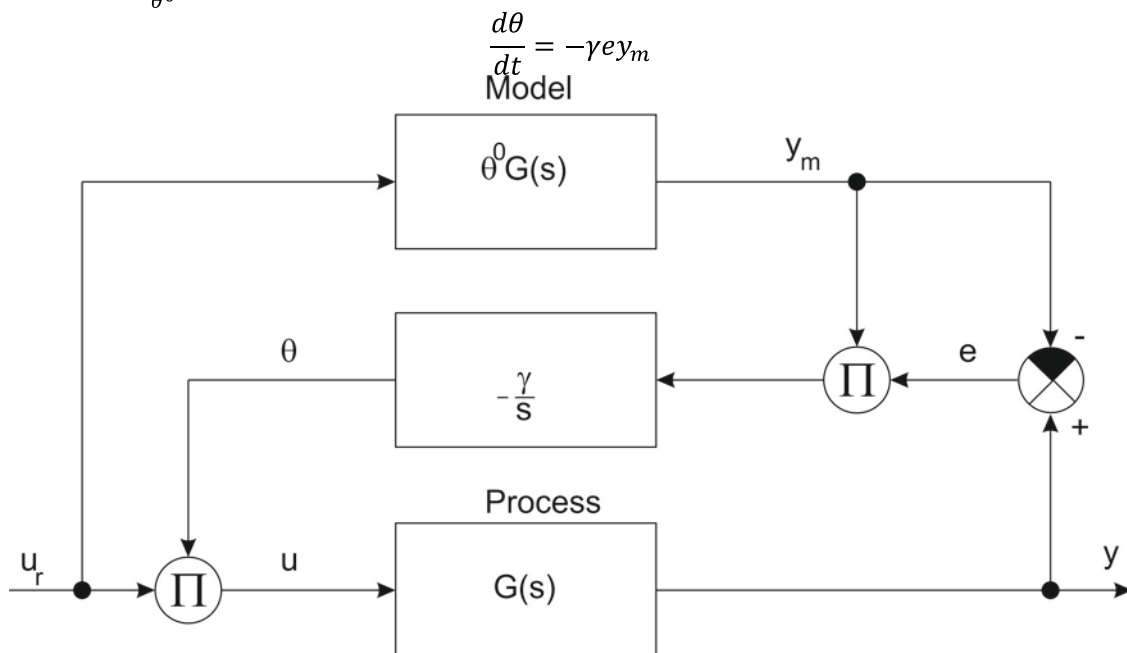
Řešený příklad 3.5.1

Zadání: Sestavte schéma adaptace přímovazebního zisku založeném na gradientním přístupu, s využitím MIT pravidla.

Řešení: Necht' přenosová funkce modelu je $\theta^0 G(s)$, proces má přenos $G(s)$, viz Obr. 3.38. Potom

$$\begin{aligned} e &= y - y_m = L^{-1}\{G(s)\theta U_r - G(s)\theta^0 U_r\} = \\ &= L^{-1}\{G(s)U_r(\theta - \theta^0)\} = (\theta - \theta^0)L^{-1}\{G(s)U_r\} = \\ &= (\theta - \theta^0)L^{-1}\left\{\frac{G(s)U_r\theta^0}{\theta^0}\right\} = \frac{\theta - \theta^0}{\theta^0}L^{-1}\{G_m U_r\} = \\ &= \frac{\theta - \theta^0}{\theta^0}L^{-1}\{Y_m\} = \frac{\theta - \theta^0}{\theta^0}y_m \\ \frac{\delta e}{\delta \theta} &= \frac{1}{\theta^0}y_m \\ \frac{d\theta}{dt} &= -\frac{\tilde{\gamma} e y_m}{\theta^0} \end{aligned}$$

Zavedeme $\gamma = \frac{\tilde{\gamma}}{\theta^0}$



Obr. 3.38. Blokový diagram adaptivního systému s referenčním modelem pro ladění přímovazebního zisku založeném na MIT pravidlu



CD-ROM

Prostudujte si zdrojové soubory *example_3_5_1_schema.mdl*.



Řešený příklad 3.5.2

Zadání: Sestavte schéma pro adaptivní řízení s referenčním modelem pro systém 1. řádu, založený na gradientním přístupu s využitím MIT pravidla

Řešení: Uvažujme systém 1. řádu s popisem

$$\frac{dy}{dt} = -ay + bu$$

Kde u je řízení a y měřený výstup. Předpokládejme, že chceme získat uzavřený systém popsany rovnicí

$$\frac{dy_m}{dt} = -a_m y_m + b_m u_r$$

Regulátor pro dokonalé sledování má tvar

$$u(t) = \theta_1 u_r + \theta_2 y(t)$$

Pokud se zvolí

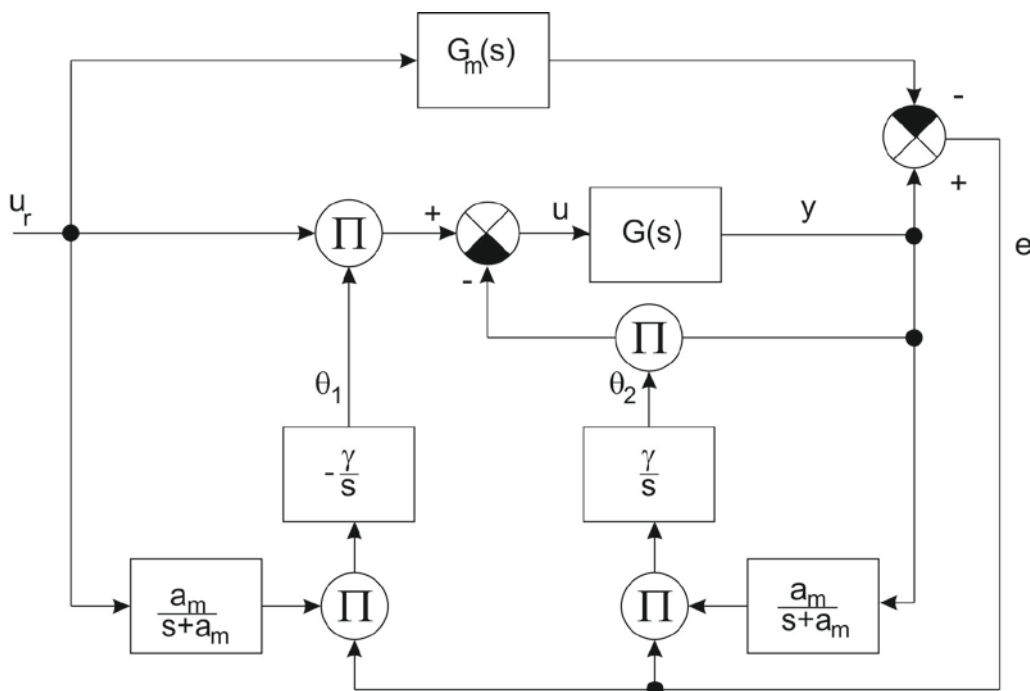
$$\begin{aligned} \theta_1 &= \theta_1^0 = \frac{b_m}{b} \\ \theta_2 &= \theta_2^0 = \frac{a_m - a}{b} \end{aligned}$$

Pak dosáhneme shody mezi modelem a systémem. Ověření:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= -ay + b \left\{ \frac{b_m}{b} u_r(t) - \frac{a_m - a}{b} y(t) \right\} = \\ &= -ay + b_m u_r(t) - (a_m - a)y(t) = \\ &= -ay + b_m u_r(t) - a_m y(t) + ay(t) = -a_m y(t) + b_m u_r(t) \end{aligned}$$

Aplikujeme MIT pravidlo a sestavíme schéma.

$$\begin{aligned} \frac{d\theta_1}{dt} &= -\gamma \left(\frac{a_m}{s + a_m} u_r \right) e \\ \frac{d\theta_2}{dt} &= -\gamma \left(\frac{a_m}{s + a_m} y \right) e \end{aligned}$$



Obr. 3.39. Schéma pro adaptivní řízení s referenčním modelem pro systém 1. řádu

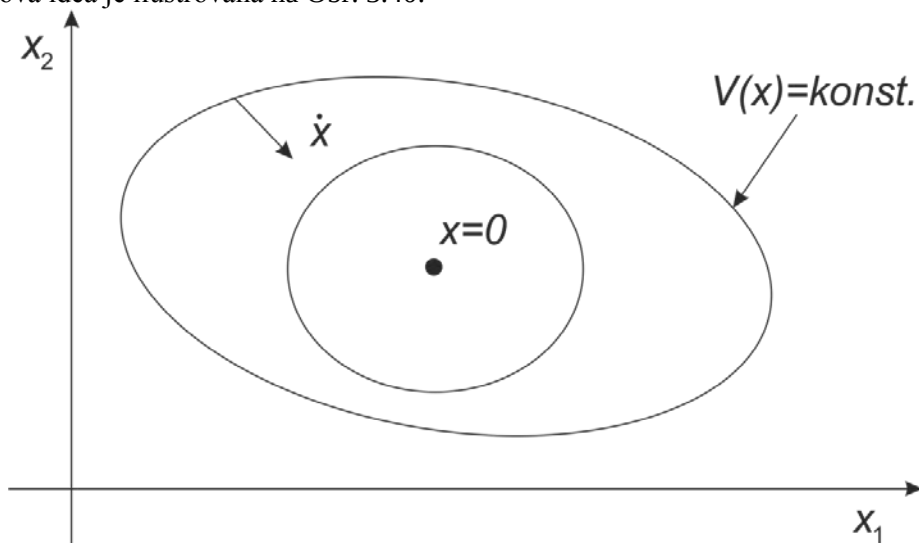


CD-ROM

Prostudujte si zdrojové soubory `example_3_5_2_schema.mdl`.

□ Přístup založený na teorii stability

Gradientní přístup k syntéze ladicího mechanismu obsahuje jisté heuristické prvky. Alternativní možností, jak navrhnout ladicí mechanismus zaručující, že ve vnější smyčce adaptivního řídicího systému chyba půjde k nule, je přístup založený na teorii stability. Zaměříme se pouze na základní princip, který budeme demonstrovat na příkladech. Nejdříve si však připomeňme Ljapunovu teorii stability. Ljapunov zavedl zajímavou přímou metodu vyšetřování stability nelineárních diferenciálních rovnic. Klíčová idea je ilustrována na Obr. 3.40.



Obr. 3.40. Ilustrace Ljapunovy metody pro vyšetřování stability

Rovnovážný bod bude stabilní, jestliže lze nalézt funkci ve stavovém prostoru, jejíž "hladinové křivky" obepínají rovnovážný bod tak, že derivace stavových proměnných vždy směřují do vnitřních křivek. Formální vyjádření této skutečnosti může být následující: necht' diferenciální rovnice je dána

$$\frac{dx}{dt} = f(x, t)$$

kde x je stavový vektor dim n .

Předpokládejme, že f je taková, že řešení existuje pro všechna $t \geq t_0$. Rovnovážný bod je předpokládán v počátku. To lze předpokládat bez ztráty obecnosti, jelikož transformací souřadnic to můžeme vždy zajistit.

Ljapunovova věta : Necht' funkce $V: R^{n+1} \rightarrow R$ splňuje podmínky

1. $V(0, t) = 0$ pro všechna t ležící v R
2. V je diferencovatelná v x a t
3. V je pozitivně definitní, tj. $V(x, t) \geq g(\|x\|) > 0$, kde $g: R \rightarrow R$ je spojitá a rostoucí a platí $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \infty$

Postačující podmínka pro stejnosměrnou asymptotickou stabilitu systému je podmínka na negativní definitnost funkce

$$\frac{dV(x, t)}{dt} = f^T(x, t) \text{grad} V + \frac{dV}{dt} < 0 \text{ pro } x \neq 0 \text{ neboli } \frac{dV(x, t)}{dt} \text{ je negativně definitní.}$$

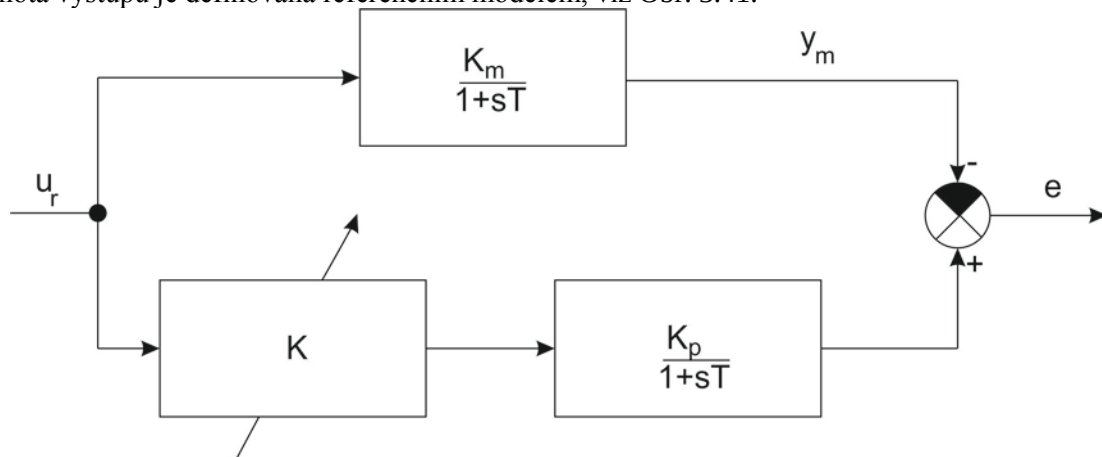
Nyní použijeme Ljapunovovu teorii k syntéze adaptivních systémů s referenčním modelem. Předpokládejme, že všechny stavové proměnné systému jsou měřené.



Řešený příklad 3.5.3

Zadání: Adaptivní řízení s referenčním modelem pro systém 1. řádu (MIT pravidlo).

Uvažujme soustavu prvního řádu, u které neznáme zesílení a známe časovou konstantu. Žádaná hodnota výstupu je definována referenčním modelem, viz Obr. 3.41.



Obr. 3.41. Adaptace přímovazebního zisku-přístup založený na teorii stability dle Ljapunova

Řešení:

Hledá se ladící mechanismus pro parametr K , aby chyba se limitně blížila k hodnotě 0. Definujme Ljapunovskou funkci

$$V = \frac{1}{2}(e^2 + c\tilde{K}^2)$$

$$c > 0$$

$$\tilde{K} = KK_s - K_m$$

Derivace Ljapunovské funkce:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{2} \left(2e \frac{de}{dt} + 2c\tilde{K} \frac{d\tilde{K}}{dt} \right)$$

Protože

$$e(t) = y(t) - y_m(t)$$

pak

$$\frac{de(t)}{dt} = \frac{dy(t)}{dt} - \frac{dy_m(t)}{dt}$$

Z Obr. 3.41. plyne, že

$$T \frac{dy}{dt} + y = KK_s u_r$$

$$T \frac{dy_m}{dt} + y_m = K_m K_s u_r$$

Vyjádříme y_m a y , a doadíme se do vzorce pro derivaci regulační odchylky:

$$\frac{de(t)}{dt} = \frac{KK_s u_r - y}{T} - \frac{K_m u_r - y_m}{T} = \frac{1}{T} u_r (KK_s - K_m) - \frac{e}{T} = \frac{\tilde{K}}{T} u_r - \frac{e}{T}$$

Dosazením do vztahu pro derivaci Ljapunovské funkce se dostává vztah

$$\frac{dV}{dt} = e \left(\frac{\tilde{K}}{T} u_r - \frac{e}{T} \right) + c\tilde{K} \frac{d\tilde{K}}{dt}$$

Položme

$$\frac{d\tilde{K}}{dt} = -\frac{1}{cT} u_r e$$

Pak platí

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{e^2}{T}$$

Derivace $\tilde{K}$ je po dosazení

$$\frac{d(KK_s - K_m)}{dt} = K_s \frac{dK}{dt}$$

Z tohoto vztahu a ze vztahu pro $\frac{d\tilde{K}}{dt}$ plyne, že ladicí mechanismus pro adaptaci K je dán diferenciální rovnicí

$$\frac{dK}{dt} = -\frac{1}{cTK_s} u_r e = -\gamma u_r e$$

Tento zákon ladění je realizovatelný a rychlost adaptace závisí na parametru γ . Zároveň je zaručena stabilita.



CD-ROM

Prostudujte si zdrojové soubory `example_3_5_3_podklad.m` a `example_3_5_3_schema.mdl`.



CD-ROM

Činnost adaptivních regulátorů s referenčním modelem je zdokumentována v souboru Animace08.



Shrnutí pojmů 3.5

Adaptivní řídicí systém s referenčním modelem – adaptivní řídicí systémy s referenčním modelem byly původně navrhovány pro řízení spojitých (deterministických) systémů s neznámou dynamikou nebo měnící se dynamikou. Specifikace problému je založena na referenčním modelu, který říká, jaká by měla být ideální odezva řízeného systému (procesu) na referenční signál u_r .

Gradientní přístup

V literatuře je popsán mechanismus ladění známý jako MIT:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma e \frac{\delta e}{\delta \theta}$$

Přístup založený na teorii stability

Gradientní přístup k syntéze ladicího mechanismu obsahuje jisté heuristické prvky. Alternativní možností, jak navrhnout ladicí mechanismus zaručující, že ve vnější smyčce adaptivního řídicího systému chyba půjde k nule, je přístup založený na teorii stability.



Otázky 3.5

1. V jakých případech je vhodné použití adaptivních regulátorů?

3.6. Časově a kvadraticky optimální řízení



Čas ke studiu: 4 hodiny



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

definovat úlohu konečné časově optimální regulace a kvadraticky optimální regulace
navrhnout časově optimální a kvadraticky optimální regulátor

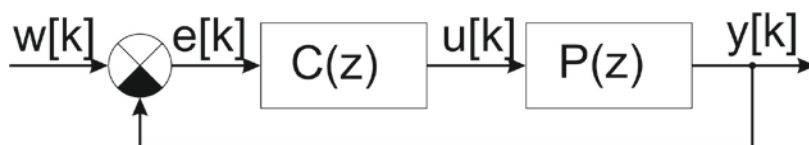


Výklad

□ Konečná časově optimální regulace

Regulační odchylka $e(k)$ a akční veličina $u(k)$ odeznějí za co nejmenší konečný počet kroků.

Předpokládáme, že máme nesoudělné přenosy soustavy, regulátoru a obraz referenčního signálu a schéma dle Obr. 3.42.



Obr. 3.42. Regulační smyčka s 1 stupněm volnosti

$$P(d) = \frac{b(d)}{a(d)}$$

$$C(d) = \frac{q(d)}{p(d)}$$

$$W(d) = \frac{g(d)}{f(d)}$$

Vztah pro obraz regulační odchylky

$$E(d) = S(d)W(d) = \frac{1}{1 + C(d)P(d)} \frac{g(d)}{f(d)} = \frac{a(d)p(d)}{a(d)p(d) + b(d)q(d)} \frac{g(d)}{f(d)}$$

Do závorek dále nebudeme uvádět proměnnou d , tedy platí:

$$E = \frac{ap}{\Delta} \frac{g}{f} = \frac{a'p}{\Delta} \frac{g}{f'}$$

Kde a' a f' jsou nesoudělné polynomy

$$\frac{a}{f} = \frac{a'}{f'}$$

a Δ je charakteristický polynom

$$\Delta = ap + bq$$

Pro obraz akční veličiny platí:

$$U = CSR = \frac{aq}{\Delta} \frac{g}{f} = \frac{a'q}{\Delta} \frac{g}{f'}$$

Jestliže mají veličiny $e(k)$ a $u(k)$ odeznít v konečném čase, musejí být výrazy pro E a U polynomy. To nastane, budou-li jmenovatele těchto kořenů rovny jedné. My ale chceme, aby byla odezva co nejkratší (časové optimální). Stupně polynomů ap a aq musí tedy být co nejmenší. Odtud plyne, že jmenovatele výrazů musí být rovny stabilním částem polynomů a a g . Protože je polynom f zadán, musí platit

$$\Delta = a'^+ g^+$$

$$f' = 1$$

Řešení musí být $\deg p \leq \deg b - 1$, aby byla regulační doba co nejkratší. Regulátor potom je

$$C = \frac{a'^+ q'}{p} = \frac{q}{p}$$

Obraz regulační odchylky pak je

$$E = a'^- p g^-$$

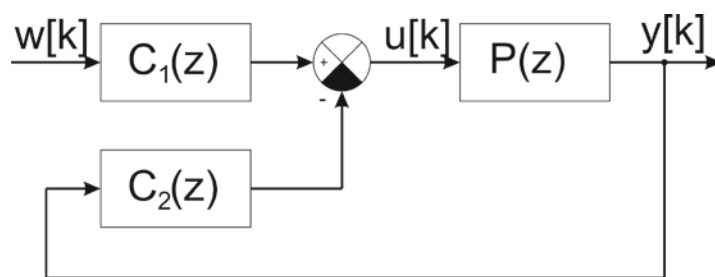
a počet kroků regulace

$$n_e \leq \deg a'^+ + \deg b + \deg g^-$$

Řešíme-li úlohu konečné časově optimální regulace, potřebujeme k tomu pouze rovnice. První je diofantická rovnice, ze které dostaneme polynomy p a q . Druhá rovnice udává podmínku řešitelnosti $f' = 1$, tj. módy reference musí být obsaženy v polynomu a .

$$\begin{aligned} p &= b^+ f' p' \\ ap + bq &= a'^+ b^+ g^+ \\ f' &= f'^+ \\ C &= \frac{a'^+ q'}{b^+ f' p'} = \frac{q}{p} \\ E &= a'^- p' g' \\ n_e &\leq \deg a'^+ + \deg b^- + \deg g^- \end{aligned}$$

□ Kvadraticky optimální regulace



Obr. 3.43. Regulační smyčka se 2 stupni volnosti

V tomto případě uvažujeme regulační smyčku se dvěma stupni volnosti, viz Obr. 3.43. Opět uvažujeme všechny přenosy nesoudělné

$$\begin{aligned} P(d) &= \frac{b(d)}{a(d)} \\ W(d) &= \frac{g(d)}{f(d)} \\ C_2(d) &= \frac{q(d)}{p(d)} \\ C_1(d) &= \frac{o(d)}{p(d)} \end{aligned}$$

Budeme hledat minimum kvadratického kritéria kvality regulace

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} \{[e(k)]^2 + \rho[u(k)]^2\} = \|e\|_2^2 + \rho\|u\|_2^2 + \langle EE^* \rangle + \rho\langle UU^* \rangle$$

Kde $e(k) = w(k) - y(k)$ je regulační odchylka,
 $\rho \in (0; \infty)$ je váha řízení, E a E^* jsou polynomy

$$\begin{aligned} E &= e(0) + e(1)d^1 + e(2)d^2 + \dots \\ E^* &= e(0) + e(1)d^{-1} + e(2)d^{-2} + \dots \end{aligned}$$

Za předpokladu nulových počátečních podmínek pro obraz regulační odchylky můžeme psát

$$E = W - Y = W - \frac{PC_1}{1 + PC_2} W = \frac{g}{f} - \frac{bo}{ap + bq} \frac{g}{f} = \frac{g}{f} - \frac{bo}{\Delta} \frac{g}{f}$$

kde $\Delta = ap + bq$ je charakteristický polynom celého zpětnovazebního obvodu
 Pro obraz akční veličiny platí

$$U = \frac{ao}{\Delta} \frac{g}{f}$$

Dosazením vztahů do kritéria kvality regulace dostaneme

$$J = \left\langle \frac{gg^*}{ff^*} - \frac{bo}{\Delta} \frac{g}{f} \frac{g^*}{f^*} - \frac{g}{f} \frac{b^*o^*}{\Delta^*} \frac{g^*}{f^*} + \frac{bog}{\Delta f} \frac{b^*o^*}{\Delta^*} \frac{g^*}{f^*} \right\rangle + \rho \left\langle \frac{ap}{\Delta f} \frac{a^*p^*}{\Delta^*} \frac{g^*}{f^*} \right\rangle =$$

$$= \left\langle \frac{og(bb^* + \rho aa^*)o^*}{\Delta f \Delta^* f^*} \right\rangle - \left\langle \frac{bog}{\Delta f} \frac{g}{f^*} \right\rangle - \left\langle \frac{g}{f} \frac{b^*o^*}{\Delta^*} \frac{g^*}{f^*} \right\rangle + \left\langle \frac{gg^*}{ff^*} \right\rangle$$

Provedeme spektrální faktorizaci výrazu

$$bb^* + \rho aa^* = ll^*$$

kde l je stabilní polynom (v proměnné d). Dosazením spektrální faktorizace do kritéria a doplněním na úplný čtverec obdržíme výraz

$$J = \left\langle \left(\frac{ogl}{\Delta f} - \frac{b^*g}{l^*f} \right) \left(\frac{o^*g^*l^*}{\Delta^*f^*} - \frac{bg^*}{lf^*} \right) \right\rangle - \left\langle \frac{bb^*}{ll^*} \frac{gg^*}{ff^*} \right\rangle + \left\langle \frac{gg^*}{ff^*} \right\rangle$$

který nabývá svého minima, právě když je první člen nulový. V tom případě dostaneme výraz pro regulátor ve tvaru

$$\frac{ogl}{\Delta f} - \frac{b^*g}{l^*f} = 0 \rightarrow \frac{o}{\Delta} = \frac{b^*}{ll^*}$$

a hodnota kritéria je pak

$$J_n = \left\langle \frac{gg^*}{ff^*} \right\rangle - \left\langle \frac{bb^*}{ll^*} \frac{gg^*}{ff^*} \right\rangle$$

Jak je vidět z výrazu, tento regulátor nezávisí na referenčním signálu, ale zároveň není kauzální.

Provedeme tedy úpravu výrazu

$$\frac{b^*g}{l^*f} = \frac{x^*}{l^*} + \frac{v}{f}$$

tak, že vyřešíme diofantickou rovnici

$$fx^* + l^*v = b^*g$$

s podmínkou $x^*(0) = 0$. Nyní získáme minimalizaci kauzální části kritéria regulátor

$$\frac{ogl}{\Delta f} - \frac{v}{f} = 0 \rightarrow \frac{o}{\Delta} = \frac{v}{lg}$$

kde hodnota minima kritéria vzrostla o poslední člen ve vztahu

$$J_{opt} = \left\langle \frac{gg^*}{ff^*} \right\rangle - \left\langle \frac{bb^*}{ll^*} \frac{gg^*}{ff^*} \right\rangle + \left\langle \frac{xx^*}{ll^*} \right\rangle$$

Právě v důsledku minimalizace jen kauzální části kritéria. Ze vztahu je vidět, že musí platit

$$\Delta = ap + bq = lg$$

V případě, že absolutní člen polynomu b je různý od nuly, musíme řešit diofantickou rovnici s podmínkou $q(0) = 0$.

Tento regulátor zaručí stabilitu uzavřené regulační smyčky pouze v případě, že je polynom g stabilní. Pokud tomu tak není, je potřeba ještě provést modifikaci regulátoru. Řešíme-li úlohu kvadraticky optimální regulace, provedeme nejprve spektrální faktorizaci polynomu ll^* a dále vyřešíme rovnice (pokud je g stabilní). Tyto rovnice můžeme řešit nezávisle na rozdíl od případu, kdy navrhujeme regulátor s jedním stupněm volnosti. Podmínka existence řešení říká, že nestabilní módy reference musí být obsaženy v $a(d)$. Pro signály $e(k), u(k), y(k)$ platí:

$$E = \left(1 - \frac{bo}{\Delta}\right) \frac{g}{f}$$

$$U = \frac{ao}{\Delta} \frac{g}{f} = \frac{a'og}{\Delta f'}$$

$$Y = \frac{bo}{\Delta} \frac{g}{f}$$

Abychom neztratili kauzalitu, je nutno provádět návrh regulátorů v proměnné

$$d = \frac{1}{z}$$



Řešený příklad 3.6.1

Zadání: Navrhněte regulátor pro soustavu

$$P(z) = \frac{(z-4)(z+0,5)}{(z-2)(z-1)(z-0,5)} = \frac{z^2 - 3,5z - 2}{z^3 - 3,5z^2 + 3,5z - 1}$$

tak, aby byl průběh regulace konečný časově optimální. Předpokládejte nulové počáteční podmínky.
Referenční signál: $w(k) = 10$ od času $k = 0$.

Řešení:

$$W(z) = \frac{10z}{z-1}$$

$$P(d) = \frac{(z-4)(z+0,5)}{(z-2)(z-1)(z-0,5)} \frac{z^{-3}}{z^{-3}} = \frac{d(1-4d)(1+0,5d)}{(1-2d)(1-d)(1-0,5d)} = \frac{b}{a}$$

$$W(d) = \frac{10z}{z-1} \frac{z^{-1}}{z^{-1}} = \frac{10}{1-d} = \frac{g}{f}$$

Zkrátíme polynomy a a f

$$\frac{a}{f} = \frac{(1-2d)(1-d)(1-0,5d)}{1-d} = \frac{(1-2d)(1-0,5d)}{1} = \frac{a'}{f'}$$

Vidíme, že je splněna podmínka řešitelnosti $f' = 1$. Vyřešíme diofantickou rovnici podle

$$ap + bq = (1-2d)(1-d)(1-0,5d)p + d(1-4d)(1+0,5d)q =$$

$$= (1-0,5d)10 = a'^+ g^+$$

Odtud dostaneme vztah pro přenos regulátoru

$$C(d) = \frac{-13,78d^2 + 42,44d - 29,78}{27,56d^2 + 59,78d + 10}$$

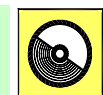
Převědeme přenos do proměnné z . Výsledný regulátor pro soustavu $P(z)$ je

$$C(z) = \frac{-29,78z^2 + 42,44z - 13,78}{10z^2 + 59,78z + 27,56}$$

Určíme maximální počet kroků regulace

$$n_e \leq \deg a'^+ + \deg b^- + \deg g^- = 1 + 3 + 0 = 4$$

Sestavíme regulační obvod. Vidíme, že počet kroků regulace odpovídá.



CD-ROM

Prostudujte si zdrojové soubory `example_3_6_1_podklad.m` a `example_3_6_1_schema.mdl`. Nezapomeňte nastavit cestu do adresáře Polynomial Toolbox včetně podadresářů.



Řešený příklad 3.6.2

Zadání: Navrhněte kvadraticky optimální regulátor pro soustavu

$$P(z) = \frac{(z-4)(z+0,5)}{(z-2)(z-1)(z-0,5)} = \frac{z^2 - 3,5z - 2}{z^3 - 3,5z^2 + 3,5z - 1}$$

Předpokládejte nulové počáteční podmínky. Referenční signál: $w(k)=10$ od času $k=0$.

$$W(z) = \frac{10z}{z-1}$$

Řešení:

Pro váhu řízení $\rho = 1$ dostaneme oboustranný polynom ll^*

$$bb^* + \rho aa^* = -z^{-3} + 5z^{-2} - 16z^{-1} + 44 - 16z + 5z^2 - z^3 = ll^*$$

Jehož spektrální faktorizace je

$$l(z^{-1}) = 6,169 - 2,258z^{-1} + 0,751z^{-2} - 0,162z^{-3}$$

Pro návrh kvadraticky optimálního regulátoru musíme vyřešit předchozí rovnice s tím, že rovnici vynásobíme polynomem $z^{-\alpha}$ (polynomy pak značíme s pruhem) tak, abychom ji celou převedli do záporných mocnin proměnné z . Řešíme tedy rovnice

$$\begin{aligned} f\bar{x}^* + \bar{l}^*v &= \bar{b}^*g \\ ap + bq &= lg \end{aligned}$$

Pro neznámé polynomy $\bar{x}^*$, v , p , q s podmínkou na minimální stupeň polynomů $\bar{x}^*$ a p .

Výsledný regulátor (převedený do proměnné z) je pak

$$\begin{aligned} C_1(z) &= \frac{-10z^2}{61,69z^2 + 395,9z + 183,8} \\ C_2(z) &= \frac{-202,6z^2 + 284,5z - 91,9}{61,69z^2 + 395,9z + 183,8} \end{aligned}$$



CD-ROM

Prostudujte si zdrojové soubory *example_3_6_2_podklad.m* a *example_3_6_2_schema.mdl*. Nezapomeňte nastavit cestu do adresáře Polynomial Toolbox včetně podadresářů. Činnost časově a kvadraticky optimálních regulátorů je zdokumentována v souboru Animace09.

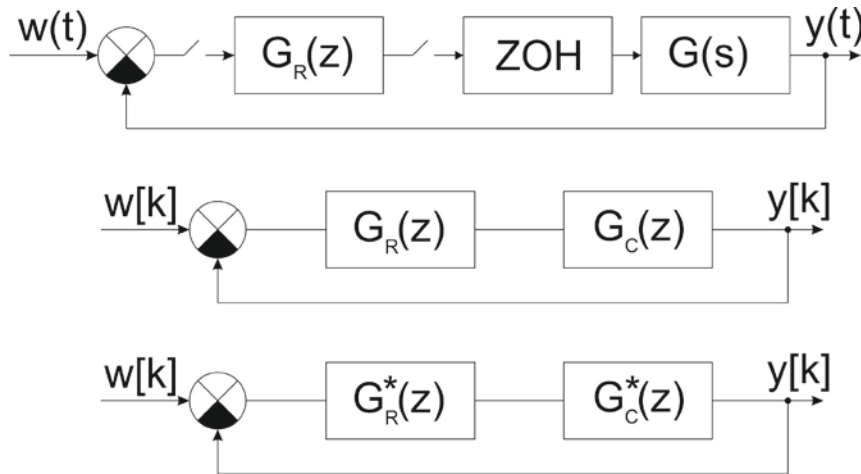


Řešený příklad 3.6.3

Zadání: Navrhněte kvadraticky optimální regulátor pro soustavu popsanou přenosem

$$G(s) = \frac{1}{(5s+1)(s+1)}$$

V obvodu se předpokládá tvarovač nultého řádu, perioda vzorkování je 5s.



Řešení:

Po výpočtu $G_c(z)$, např. v Matlabu jako `[num,den]=c2dm(1,[5 6 1],5,'zoh')`,

bychom zjistili, že nelze splnit podmínku

$$\frac{a}{f} = \frac{a'}{f'}$$

Volíme tedy následující postup dle výše uvedeného schématu: Místo návrhu regulátoru $G_R(z)$ pro diskrétní ekvivalent spojitě soustavy popsany přenosem $G_c(z)$ navrhne regulátor $G_R^*(z)$ pro modifikovaný přenos $G_c^*(z)$, kde

$$G_c^*(z) = \frac{z}{z-1} \cdot G_c(z) = \frac{b(z)}{a(z)}$$

Poté regulátor $G_R(z)$ tedy platí

$$G_R(z) = \frac{z}{z-1} \cdot G_R^*(z)$$

Tento regulátor $G_R(z)$ již reguluje diskrétní ekvivalent spojitě soustavy popsany přenosem $G_c(z)$ a je možné jej použít v zapojení s tvarovačem a spojitou soustavou, a vrátit se tak k původnímu schématu.

$$G_R^*(z) = \frac{q(z)}{p(z)}$$

$$W(z) = \frac{g(z)}{f(z)}$$

$$G_c^*(z) = \frac{0.5418z + 0.086}{z^2 - 0.3746z + 0.0025} \cdot \frac{z}{z-1} = \frac{0.5418z^2 + 0.086z}{z^3 - 1.3746z^2 + 0.3746z - 0.0025}$$

$$W(z) = \frac{z}{z-1}$$

$$G_c^*(d) = \frac{0.5418d + 0.086d^2}{1 - 0.3746d + 0.0025d^2} \cdot \frac{1}{z-1} = \frac{0.5418d + 0.086d^2}{1 - 1.3746d + 0.3746d^2 - 0.0025d^3}$$

$$W(d) = \frac{1}{1-d}$$

$$\frac{a}{f} = \frac{(1 - 0.3746d + 0.0025d^2)(1-d)}{1-d} = \frac{1 - 0.3746d + 0.0025d^2}{1} = \frac{a'}{f'}$$

Je splněna podmínka

$$\begin{aligned}\frac{a}{f} &= \frac{a'}{f'} \\ a' &= 1 - 0.3746d + 0.0025d^2 \\ f' &= 1 \\ a'^+ &= a' \\ g^+ &= g\end{aligned}$$

Poté se řeší daná diofantická rovnice $ap + bq = a'^+ \cdot g^+$, po dosazení dostáváme:

$$\begin{aligned}(1 - 1.3746d + 0.3746d^2 - 0.0025d^3) \cdot p + (0.5418d + 0.086d^2) \cdot q \\ = 1 - 0.3746d + 0.0025d^2\end{aligned}$$

Diofantická rovnice je typu

$$ap + bq = c$$

A k jejímu řešení můžeme s výhodou použít funkce *axbyc*:

$$[p, q] = axby(a, b, c)$$

$$\begin{aligned}p &= 1.5927 - 0.5967z^{-1} + 0.0039z^{-2} \\ p &= 1 + 0.1371z^{-1}\end{aligned}$$

$$G_R^*(z) = \frac{p}{q} = \frac{1.5927 - 0.5967z^{-1} + 0.0039z^{-2}}{1 + 0.1371z^{-1}}$$

$$G_R(z) = \frac{p}{q} \cdot \frac{z}{z-1} = \frac{p}{q} \cdot \frac{1}{1-z^{-1}} = \frac{1.5927 - 0.5967z^{-1} + 0.0039z^{-2}}{1 - 0.863z^{-1} - 0.1371z^{-2}}$$

Prostudujte si zdrojové soubory *example_3_6_3_podklad.m* a *example_3_6_3_schema.mdl*.
Nezapomeňte nastavit cestu do adresáře Polynomial Toolbox včetně podadresářů.



Shrnutí pojmů 3.6

Konečná časově optimální regulace - regulační odchylka $e(k)$ a akční veličina $u(k)$ odeznějí za co nejmenší konečný počet kroků.

Kvadraticky optimální regulace - v tomto případě uvažujeme regulační smyčku se dvěma stupni volnosti.

3.7. Prediktivní řízení



Čas ke studiu: 4 hodiny



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

popsat činnost prediktivního regulátoru
navrhnout prediktivní regulátor



Výklad

□ Základní pojmy

Pro diskretní model SISO soustavy

$$\begin{aligned}x(k+1) &= Mx(k) + Nu(k) \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k)\end{aligned}$$

hledáme řídicí posloupnost $u(k)$ na horizontu predikce délky T_p minimalizující kritérium

$$J = \sum_{k=0}^{T_p-1} \{q(k)[y(k) - w(k)]^2 + r(k)[u(k)]^2 \mid x(0)\}$$

kde $q(k)$ a $r(k)$ jsou váhy regulační odchylky respektive řídicí veličiny a $w(k)$ je referenční signál. Poznamenejme, že pro MIMO soustavy je odvození totožné.

Horizont predikce T_p - doba (do budoucnosti), pro kterou regulátor hledá optimální řídicí posloupnost podle kritéria.

Predikce výstupu - odezvu systému na horizontu predikce T_p můžeme vyjádřit

$$\begin{bmatrix} y(k) \\ y(k+1) \\ y(k+2) \\ \vdots \\ y(k+T_p-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ CM \\ CM^2 \\ \vdots \\ CM^{T_p-1} \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} D & & & \\ CMN & D & & \\ \vdots & CMN & D & \\ CM^{T_p-2}N & & CMN & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(k) \\ u(k+1) \\ u(k+2) \\ \vdots \\ u(k+T_p-1) \end{bmatrix}$$

Tuto soustavu rovnic můžeme zapsat v maticové formě

$$y_k = Vx(k) + Su(k) = \tilde{y}_k + Su(k)$$

kde $\tilde{y}_k$ je odezva systému na počáteční podmínku $x(k)$ a $Su(k)$ je odezva systému na posloupnost řízení na horizontu predikce a platí

$$\begin{aligned}y_k &= \begin{bmatrix} y(k) \\ y(k+1) \\ y(k+2) \\ \vdots \\ y(k+T_p-1) \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} C \\ CM \\ CM^2 \\ \vdots \\ CM^{T_p-1} \end{bmatrix} \\ S &= \begin{bmatrix} D & & & \\ CMN & D & & \\ \vdots & CMN & D & \\ CM^{T_p-2}N & & CMN & D \end{bmatrix} \\ u_k &= \begin{bmatrix} u(k) \\ u(k+1) \\ u(k+2) \\ \vdots \\ u(k+T_p-1) \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Dosaďme vztah pro maticovou formu y_k pro do kritéria J a dostaneme

$$J(u_k | x(k), w_k) = (\tilde{y}_k + Su_k - w_k)^T Q (\tilde{y}_k + Su_k - w_k) + u_k^T R u_k$$

Matice Q je váha regulační odchylky, matice $R > 0$ je váha řídicí veličiny. Obě váhové matice jsou symetrické. Posloupnost žádané hodnoty výstupu na horizontu predikce je

$$w_k = \begin{bmatrix} w(k) \\ w(k+1) \\ w(k+2) \\ \vdots \\ w(k+T_p-1) \end{bmatrix}$$

Stabilita - pro zajištění stability volíme dostatečně dlouhý horizont predikce T_p , případně můžeme přidat omezení na stav na konci horizontu predikce $x(T_p) = x(T_p - 1)$ nebo použít redukci stupňů volnosti řídicí veličiny.

Výpočet s klouzavým horizontem - v každém kroku prediktivního algoritmu vypočteme posloupnost řízení u_k^* , která minimalizuje kritérium na horizontu predikce T_p . Na vstup systému přivedeme hodnotu řízení u_k^* (první prvek posloupnosti u_k^*). Posuneme se v čase o krok dál a výpočet opakujeme. Vážení změny řízení- typicky se v kritériu neváží přímo řídicí veličina $u(k)$, ale její změna $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$. Regulátor má pak integrační charakter a kritérium má tvar

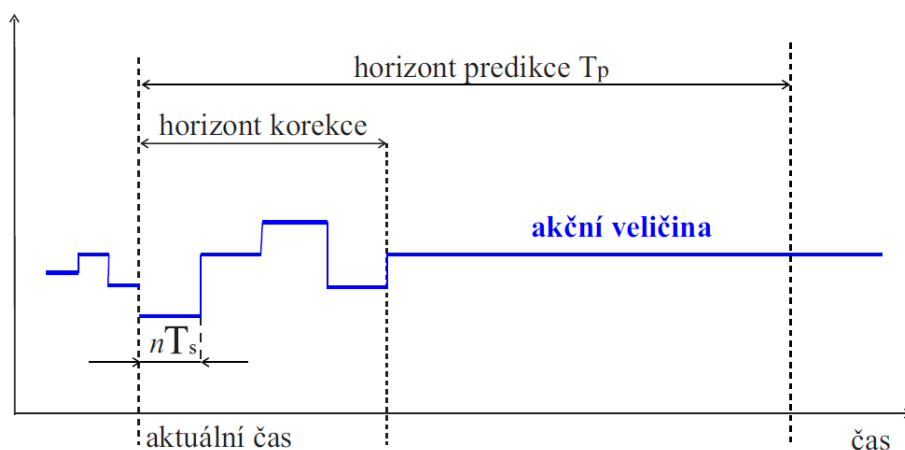
$$J(u_k|x(k, w_k)) = (\tilde{y}_k + Su_k - w_k)^T Q (\tilde{y}_k + Su_k - w_k) + \Delta u_k^T R \Delta u_k$$

$$\Delta u_k^T = D_i u_k - \tilde{u}_k$$

$$D_i = \begin{bmatrix} D1 & & & & \\ -1 & 1 & & & \\ & \ddots & \ddots & & \\ & & & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{u}_k = \begin{bmatrix} u(k-1) \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Redukce stupňů volnosti řídicí veličiny - při návrhu MPC regulátoru se též používá redukce stupňů volnosti řídicí veličiny tak, že se řízení mění jen na horizontu korekce v okamžicích $n T_s$ (n je přirozené číslo, T_s je perioda vzorkování) a na konci horizontu predikce je řízení konstantní. Toto zajistíme tak, že matici S z rovnice maticové formy y_k upravíme dle vztahu pro S' . Řídicí veličina má pak průběh podle Obr. 3.44.



Obr. 3.44. Redukce stupňů volnosti řídicí veličiny

$$S' = S \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ \vdots & & & & \\ 1 & & & & \\ & 1 & & & \\ & \vdots & & & \\ & 1 & & & \\ & & 1 & & \\ & & \vdots & & \\ & & 1 & & \\ & & & 1 & \\ & & & \vdots & \\ & & & 1 & \end{bmatrix}$$

Analytický tvar MPC regulátoru - v tomto případě nelze zahrnout omezení na jednotlivé veličiny. Roznásobíme-li kritérium $J(u_k|x(k, w_k) = (\tilde{y}_k + Su_k - w_k)^T$, dostaneme výraz:

$$J(u_k|x(k, w_k) = u_k^T(S^TQS + R)u_k + [(\tilde{y}_k - w_k)^TQS]u_k + u_k^T[S^TQ(\tilde{y}_k - w_k)] + c$$

ze kterého můžeme pomocí vztahů pro derivace vektorů

$$\frac{\partial}{\partial u}(u^THy) = Hy$$

$$\frac{\partial}{\partial u}(y^THu) = H^Ty$$

$$\frac{\partial}{\partial u}(u^THu) = Hu + H^Tu$$

odvodit výraz pro optimální posloupnost řízení u_k^* na horizontu predikce T_p

$$u_k^* = -(S^TQS + R)^{-1}[S^TQ(\tilde{y}_k - w_k)]$$

Předchozí výraz můžeme napsat ve tvaru

$$u_k^* = -Fx(k) + Gw_k$$

kde jednotlivé matice jsou

$$F = (S^TQS + R)^{-1}S^TQV$$

$$G = (S^TQS + R)^{-1}S^TQ$$

Z rovnice pro u_k^* vidíme, že řídicí posloupnost na horizontu predikce T_p je závislá pouze na počáteční podmínce $x(k)$ a na budoucí posloupnosti žádané hodnoty w_k . Pokud neznáme žádanou hodnotu na dobu predikce, můžeme ji modelovat jako náhodnou procházku

$$w(k+1) = w(k) + e(k)$$

kde $e(k)$ je bílý šum. Střední hodnotu náhodné procházky predikujeme (odhadujeme) jako konstantní hodnotu

$$\hat{w}(k+1) = \hat{w}(k)$$

To znamená, že řídicí veličina $u(k)$ v čase k závisí pouze na stavu $x(k)$ a na žádané hodnotě $\hat{w}(k)$. Protože pro klouzavý horizont potřebujeme vypočítat pouze první hodnotu z vektoru u_k^* , můžeme vyjádřit prediktivní regulátor ve tvaru

$$u^*(k) = -K_x x(k) + K_r w(k)$$

kde matice v této rovnici jsou

$$K_x = f_1^T$$

$$K_r = \sum_{j=0}^{T_p-1} g_{1,j}$$

kde f_1^T je první řádek matice F a $g_{1,j}$ jsou prvky prvního řádku matice G

V dalším kroku můžeme sestavit schéma prediktivního regulátoru v Simulinku. Vidíme, že prediktivní regulátor v analytickém tvaru je podobný stavovému regulátoru. Vstupy regulátoru jsou žádaná hodnota $w(k)$ a stav systému $x(k)$. Pokud tento stav nemůžeme přímo měřit, pozorujeme ho pozorovatelem stavu nebo Kalmanovým filtrem.

MPC regulátor s omezením - jde o numerický výpočet, který v každém kroku počítá řídicí posloupnost na horizontu predikce s danými omezeními. Pro tento výpočet použijeme funkci $qp.m$ (kvadratické programování) programu Matlab ve tvaru

$$u^* = qp(H, j, \Psi, v, u_{min} \cdot i, u_{max} \cdot i)$$

která najde

$$\min_u \left(\frac{1}{2} u^T H u + j^T u \right)$$

s omezením

$$\begin{aligned} \Psi u &\leq v \\ u_{min} &\leq u \leq u_{max} \end{aligned}$$

kde i je vektor jedniček příslušné dimenze. V našem případě platí

$$\begin{aligned} H &= S^T Q S + R \\ j^T &= (\tilde{y}_k - w_k)^T Q S \end{aligned}$$



Řešený příklad 3.7.1

Zadání: Navrhněte prediktivní regulátor bez omezení pro soustavu popsanou maticemi $A=[0 \ 0.0001 \ 0; 0 \ 0 \ 0.0001; -2.4 \ -0.25 \ -0.005]$; $B=[0; 0; 3]$; $C=[1 \ 0 \ 0]$; $D=0$;

Řešení:



CD-ROM

Prostudujte si zdrojové soubory `example_3_7_1_podklad.m` a `example_3_7_1_schema.mdl`.



Řešený příklad 3.7.2

Zadání: Navrhněte prediktivní regulátor s omezením pro soustavu popsanou maticemi $A=[0 \ 0.0001 \ 0; 0 \ 0 \ 0.0001; -2.4 \ -0.25 \ -0.005]$; $B=[0; 0; 3]$; $C=[1 \ 0 \ 0]$; $D=0$;

Řešení:



CD-ROM

Prostudujte si zdrojové soubory `example_3_7_2_podklad.m`.



Řešený příklad 3.7.3

Zadání: Navrhněte prediktivní regulátor bez omezení i s omezením pro soustavu z příkladu 3.7.1 za použití bloku MPC z MPC blocksetu Simulinku.

Řešení:



CD-ROM

Prostudujte si zdrojové soubory *example_3_7_3_podklad.m* a *example_3_7_3_schema.mdl*. Zvlášť zkoumejte shodu mezi průběhy ze simulinkovského modelu u tohoto příkladu a průběhy z příkladu 3.7.1 – toto porovnání řeší soubor *example_3_7_3_porovnani.m*. Činnost prediktivního regulátoru je zdokumentována v souboru Animace10.



Shrnutí pojmů 3.7

Pro diskrétní model SISO soustavy

$$x(k+1) = Mx(k) + Nu(k)$$

$$y(k) = Cx(k) + Du(k)$$

hledáme řídicí posloupnost $u(k)$ na horizontu predikce délky T_p minimalizující kritérium

$$J = \sum_{k=0}^{T_p-1} \{q(k)[y(k) - w(k)]^2 + r(k)[u(k)]^2 \mid x(0)\}$$

Horizont predikce T_p - doba (do budoucnosti), pro kterou regulátor hledá optimální řídicí posloupnost podle kritéria.



Otázky 3.7

1. V jakých případech je vhodné použití prediktivního regulátoru?



Úlohy k řešení 3.7

- 1) **Zadání:** Navrhněte prediktivní řízení pro soustavu popsanou maticemi $A = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 0 \\ 7 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \end{bmatrix}$
 $B = \begin{bmatrix} 0.6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 1.5 & 2.5 & 3.5 \end{bmatrix}$ $D = 0$
- 2) **Zadání:** Navrhněte prediktivní řízení pro matematický model kuličky na tyči.

3.8. Fuzzy řízení



Čas ke studiu: 4 až 6 hodin



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

vysvětlit účel a princip fuzzy regulátoru
 porozumět základům fuzzy množinové matematiky a fuzzy logiky
 popsat činnost fuzzy regulátoru
 navrhnout fuzzy regulátor



Výklad

□ Principy fuzzy řízení

Při návrhu automatického řízení složitých reálných soustav se často setkáváme s problémem jejich identifikací, získání jejich dostatečně přesného přenosu a následné syntézy regulátoru, který by v požadované míře splňoval kvalitu regulace. Reálné soustavy jsou nelineární, jejich chování se často mění použitím konvenčních kybernetických postupů, využívajících matematických (numerických) přístupů návrhů jejich řízení, může být v řadě případů neefektivní.

Nekonvenční přístupy vědního oboru Umělá inteligence [Mařík] poskytují v takových případech využití metod, založených nikoliv na numerických nýbrž na jazykových popisech zákona řízení, které umožňují syntézu tzv. jazykových (znalostních) regulátorů [Novák]. Jejich návrh nevyžaduje identifikaci soustavy, znalostní regulátory jsou z principu nelineární, velmi robustní a přitom poměrně jednoduché a levné. Uvažujme konvenční lineární P- regulátor s přenosem

$$u = K_p e$$

Matematický (numerický) vztah pro výpočet velikosti akční veličiny, vypočítávané na základě znalosti velikosti regulační odchylky e a optimálně nastavené velikosti proporcionálního zesílení regulátoru K_p můžeme jazykově (nenumerycky) pomoci tzv. jazykových pravidel JESTLIŽE-PAK (anglicky IF-THEN). Jedno z nich má (při respektování záporné zpětné vazby regulačního obvodu) formu

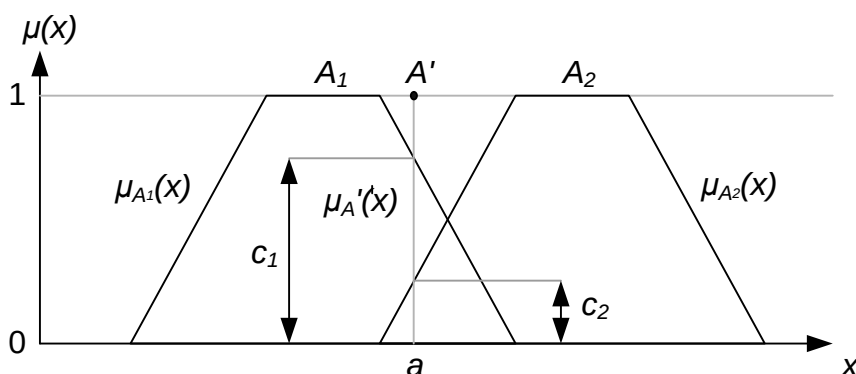
$$\text{IF } (e \text{ is } \textit{MALÁ KLADNÁ}) \text{ THEN } (u \text{ is } \textit{MALÁ ZÁPORNÁ}) \quad (\text{a})$$

Levá část pravidla před spojkou *THEN* se nazývá antecedent (podmínka), pravá důsledek (konsekvence). Velikosti regulační odchylky e akční veličiny u jsou nyní definovány nikoliv číselně, ale slovně, pomocí výrazů např. *MALÝ KLADNÝ*, *STŘEDNÍ KLADNÝ*, *PŘIBLIŽNĚ NULOVÝ* apod. Úplný popis zákona řízení vyžaduje deklaraci množiny pravidel, která určují jazykovou velikost akční veličiny pro všechny uvažované jazykové hodnoty regulační odchylky. Taková množina pravidel, popisující zákon řízení, se nazývá jazykovým regulátorem.

Pro počítačovou formalizaci takového jazykového regulátoru je třeba především vyřešit problém počítačové formalizace vágních jazykových výrazů *MALÝ*, *STŘEDNÍ*, *VELKÝ*, *PŘIBLIŽNĚ NULOVÝ* apod. K tomu lze využít tzv. fuzzy množin [Novák]. Fuzzy (neurčité, mlhavé) množiny zavádějí oproti množinám konvenčním pojem částečného příslušení prvku do fuzzy množiny (oproti pouhé možnosti úplného příslušení nebo úplného nepřislúšení prvku v případě množiny konvenční). Fuzzy množina A přiřazuje každému prvku x univerza X stupeň jeho příslušnosti do této množiny jako číslo

$$\mu_A(x) \in \langle 0,1 \rangle$$

prostřednictvím tzv. funkce příslušnosti. Na Obr. 3.45 jsou znázorněny funkce příslušnosti dvou fuzzy množin A_1 a A_2 , aproximované lomenými čarami (tzv. lichoběžníkové funkce). Číslo $x = a$ pak přísluší (částečně, současně) do obou fuzzy množin, a to stupněm příslušnosti c_1 do fuzzy množiny A_1 a stupněm příslušnosti c_2 do fuzzy množiny A_2 . Jsou-li fuzzy množiny A_1 a A_2 např. formalizací jazykových hodnot *STŘEDNÍ*, *VELKÝ*, potom pravidlo (a) se nazývá fuzzy pravidlem a regulátor, vytvořený množinou takových pravidel se nazývá fuzzy regulátorem.


 Obr. 3.45 Funkce příslušnosti fuzzy množin A_1 a A_2 .

Pro využití jazykového popisu řízení (fuzzy regulátoru) je třeba vyřešit další problém, a to způsob výpočtu aktuální velikosti akční veličiny u v případě uvažování konkrétní aktuální velikosti regulační odchylky e . Tento problém řeší algoritmus tzv. aproximativního vyvozování, využívající metod jazykové fuzzy logiky [Novák], popsany spolu s funkcí fuzzy regulátoru v následující kapitole.

□ Funkce fuzzy regulátoru

Struktura zapojení fuzzy regulátoru je na obr. 3.46. V dalším popisu budeme uvažovat fuzzy regulátor, obdobný konvenčnímu regulátoru typu PD. Na obrázku jsou naznačeny hlavní složky a způsob, jakým se fuzzy regulátor účastní řízení procesu. Prvky A/D a D/A označují analogově-digitální a digitálně-analogové převodníky. Modul $e/\Delta e$ vyhodnocuje regulační odchylku e a její časovou změnu Δe , určenou z rozdílu hodnot požadovaných a skutečně zjištěných na výstupu procesu. Hodnoty regulačních odchylek a jejich časových změn tvoří vstupy fuzzy regulátoru.

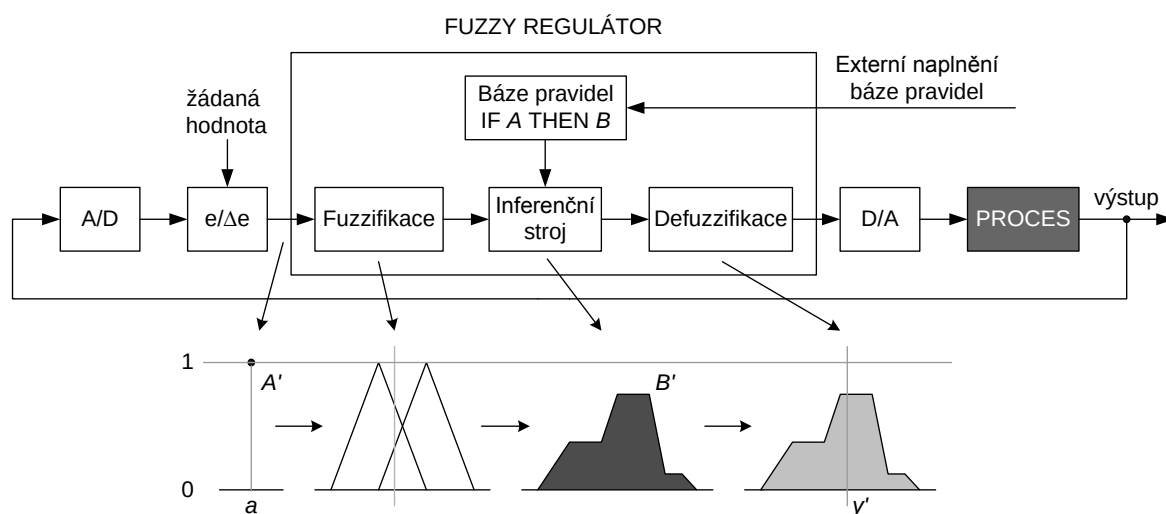
Teoretické vysvětlení fuzzy množinových a fuzzy logických procedur, které jsou nezbytné k funkci fuzzy regulátoru (Obr. 3.46), budeme vysvětlovat v obecné formě fuzzy systému (kterým takový fuzzy regulátor ve skutečnosti je), který má vstupní veličinu označenou jako x (odpovídá regulační odchylce e) a výstupní veličinu jako y (odpovídá akční veličině u).

Aktuální hodnoty (v dalším textu obecně značené pomocí symbolu jednoprvkové fuzzy množiny A' , tzv. singleton) regulačních odchylek a jejich změn - což jsou hodnoty numerické (ostré) - jsou v modulu nazývaném *fuzzifikace* konfrontovány s jazykovými hodnotami A (fuzzy množiny) definovanými v antecedentech pravidel fuzzy regulátoru. Úplný popis funkce regulátoru je pak proveden pomocí množiny takových pravidel - tzv. *báze pravidel*.

Výsledkem fuzzifikace je nalezení stupně příslušnosti hodnoty A' k příslušné fuzzy množině A - tedy zjištění stupně pravdivosti fuzzy tvrzení v antecedentu, že (A' is A). Jde o převedení ostré hodnoty A' do režimu fuzzy systému, který pracuje pouze s hodnotami jazykovými.

Nenulová příslušnost aktuální hodnoty A' k fuzzy množině v antecedentu pravidla potenciálně znamená, že toto pravidlo bude aktivováno a důsledkem bude, že příslušná jazyková hodnota y definovaná v konsekventu pravidla bude zahrnuta do výpočtu výsledné velikosti výstupní veličiny. *Inferenční stroj* zpracuje pravidla aktualizovaná fuzzifikací tak, že pomocí fuzzy logického předpisu stanoví výstup fuzzy systému ve formě obecné fuzzy množiny B' tvořené agregací modifikovaných dílčích konsekventů všech pravidel, která jsou pro daný případ aktivními [Novák]

Protože řídicí akce u musí být realizována prostřednictvím nějaké fyzikální veličiny, která nemůže mít formu fuzzy množiny, je nutné převést tvar výstupní fuzzy množiny systému na hodnotu ostrou. Tuto činnost zajišťuje modul *defuzzifikace* [Novák]. V dalších podkapitolách budou procedury z Obr. 3.46 popsány podrobněji.



Obr. 3.46. Obecná struktura zapojení fuzzy regulátoru.

□ Aplikace pravidel

Mezi vstupními a výstupními hodnotami fuzzy systému jsou formulována pravidla, která dále slouží pro určování velikosti výstupní veličiny jak pro definované situace, tak pro situace, které ve znalostní bázi explicitně popsány nejsou. Vyvození velikosti výstupní veličiny pak probíhá procedurou aproximativního vyvozování (přibližné dedukce) [Novák].

Uvažujme fuzzy systém s N - vstupními proměnnými a jednou proměnnou výstupní. Fuzzy pravidlo má pak tvar

$$IF (x_1 \text{ is } A_1) \text{ and } (x_2 \text{ is } A_2) \text{ and } \dots \text{ and } (x_N \text{ is } A_N) THEN (y \text{ is } B)$$

V určitém časovém okamžiku jsou k dispozici skutečné (naměřené) ostré hodnoty $a_i \in X_i$, $i = 1, \dots, N$, všech vstupních proměnných x_i levé strany pravidla. Tyto hodnoty lze reprezentovat formou jednoprvkových fuzzy množin A'_i , kde $\mu_{A'_i}(a_i) = 1$, $i = 1, \dots, N$. Obecně platí, že $A'_i \notin A_{ij}$, tj. připouští se možnost, že skutečné hodnoty se liší od libovolných hodnot předem definovaných v pravidlech. Míru shody je nutné zjistit procedurou *fuzzifikace* pro každou vstupní proměnnou. Dále je zapotřebí stanovit celkovou míru splnění podmínkové části pravidla a pomocí této hodnoty *inferovat* (vyvodit) míru aplikovatelnosti příslušného konsekventu $B'_j \neq B_j$ (nerovnost platí obecně).

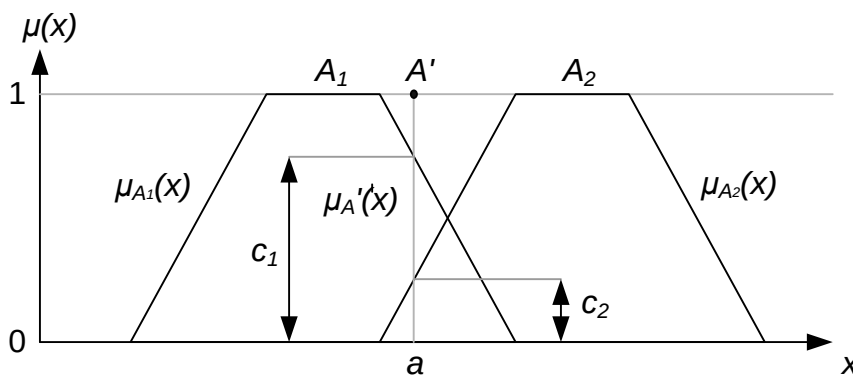
Modifikovaný konsekvent B'_j pak reprezentuje příslušnou velikost výstupní proměnné. Protože má obecně formu fuzzy množiny, je nutné provést její transformaci – procedurou *defuzzifikace* - na ostrou skalární hodnotu, neboť přibližné hodnotě ve formě fuzzy množiny následující matematický systém nerozumí. Protože skutečná hodnota proměnné, která má formu ostrého čísla, se může částečně shodovat se dvěma nebo i větším počtem přibližných hodnot definovaných v pravidlech, dochází k tomu, že je aktivováno současně několik pravidel. Jinými slovy, pro určitou situaci je současně k dispozici několik (částečných) řešení nabízených aktivními pravidly. Tento problém je nutné vhodným způsobem vyřešit.

□ Fuzzifikace

Hledejme stupeň shody ξ_j j -tého pravidla mezi skutečnými ostrými hodnotami vstupních proměnných reprezentovanými jednoprvkovými fuzzy množinami A'_i a fuzzy hodnotami A_{ij} definovanými v j -tém pravidle. Pro dílčí vstupní proměnnou x_i platí

$$c_i = \max[\mu_{A'_i}(x_i) \wedge \mu_{A_{ij}}(x_i)],$$

kde c_i je určeno jako maximum průniku fuzzy množin A'_i a A_{ij} . Tuto operaci ilustruje Obr. 3.47.



Obr. 3.47.

Stupeň shody ξ_j pak s ohledem na konjunkci dílčích prohlášení o velikostech vstupních proměnných v antecedentu pravidla jako

$$\xi_j = \bigwedge_{i=1}^N c_i = \max[c_i], \quad i = 1, \dots, N.$$

Fuzzy inference

Je-li $\xi_j > 0$, je j -té pravidlo aktivováno. Výsledná hodnota ξ_j , tj. úhrnná míra splnění antecedentu j -tého pravidla, je pak použita v proceduře fuzzy inference jako modifikátor pravé strany pravidla prostřednictvím operátoru THEN

$$\mu_{B_j}(y) = \text{THEN}[\xi_j, \mu_{B_j}(y)].$$

Vztahem (2.3) je určen tvar funkce poslušnosti B'_j modifikované fuzzy množiny pravé strany B_j pravidla R_j .

Dále uvedený postup aproximativního vyvození odpovídá inferenční metodě, používající kompoziční operátor $\circ$, který představuje tzv. kompozici fuzzy množiny A' a fuzzy relace (vícezměrné fuzzy množiny) R [Novák]

$$B' = A' \circ R,$$

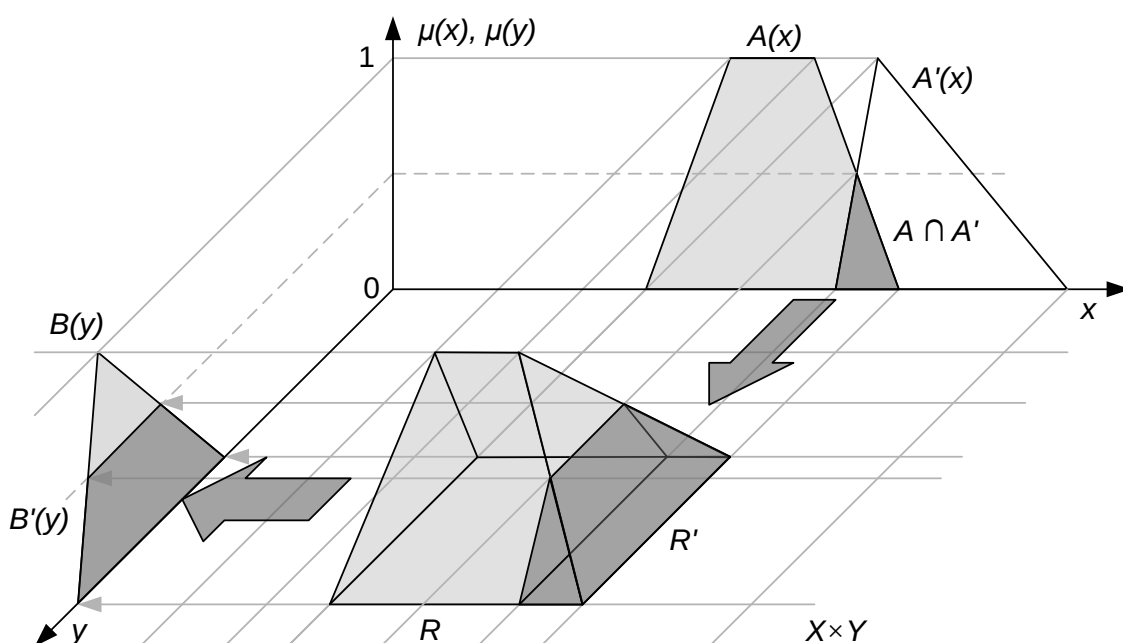
Připomeňme zde, že fuzzy relace R představuje pravidlo, které vytváří vztah mezi vstupními proměnnými x_i a výstupní proměnnou y [Novák]. Hledaný výsledek, tj. modifikovaná fuzzy množina $B'_j \neq B_j$ j -tého pravidla, se získá jako projekce průniku fuzzy relace R_j s cylindrickým rozšířením fuzzy množiny A' na universum pravé strany Y . Operaci kompozice formálně vyjadřuje následující vztah uvedený zde pro jednoduchost pouze pro dvě proměnné

$$\mu_{B'}(y) = \max_r \{ \min [\mu_{A'}(x), \mu_R(x, y)] \}, \quad r = 1, \dots, R.$$

Popsané kompoziční pravidlo ilustruje Obr. 3.48, kde je aktuální hodnota A' vyjádřena nikoli jako singleton, nýbrž jako trojúhelníková fuzzy množina. Kompoziční pravidlo zde platí stejně jako v případě, když funkce příslušnosti A' definuje ostrou hodnotu (singleton). Průnik cylindrického rozšíření A' s R je označen jako R' . Modifikační úroveň ξ je dána vztahem

$$\xi = \sup [A \cap A']$$

Projekce R' na universum Y je pak hledaná funkce příslušnosti výstupní fuzzy množiny $B'(y)$.



Obr. 3.48. Způsob vyvození tvaru fuzzy množiny $B'(y)$.

V praxi se při výpočtech postupuje zjednodušeným způsobem - nepočítají se funkce příslušnosti všech bodů několikarozměrné fuzzy relace, což by bylo výpočtově velmi náročné, nýbrž se hodnota konsekventu určí přímo pomocí kombinovaného ξ za použití zvolené realizace THEN. Tento postup je v Obr. 3.48 znázorněn přerušovanou čarou, která ořezává fuzzy množinu B' právě ve výšce odpovídající výšce ξ . Popsaná metoda odpovídá případu, kdy fuzzy implikace THEN je implementována jako minimum (Mamdaniho implikace). Tato metoda aproximativního vyvození tvaru výstupní fuzzy množiny je v praxi fuzzy regulátorů používána standardně.

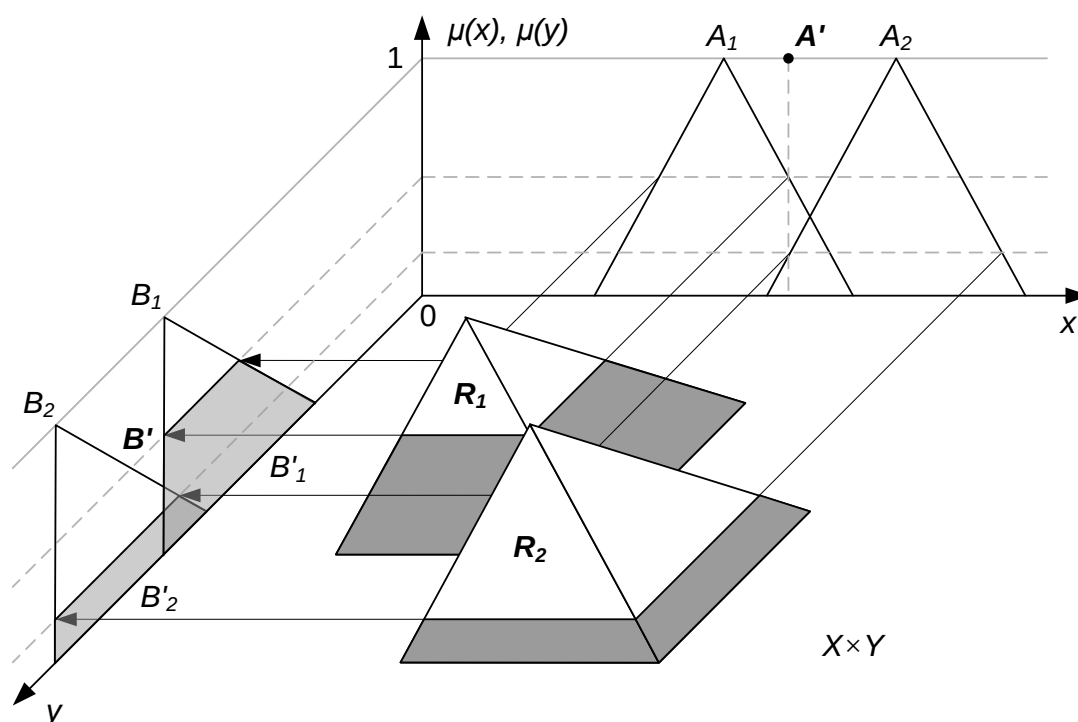
Protože k řešení může z již uvedených důvodů přispívat více pravidel (pravidla aktivní), je nutné částečné výstupy jednotlivých pravidel (pravé strany B'_r , $r = 1, \dots, R$) agregovat. Jako agregační operátor se v praxi výhradně používá sjednocení fuzzy množin pomocí operátoru maximum. Znamená to, že pokud na některý bod universa výstupní proměnné v odkazuje několik aktivovaných pravidel, je tomuto bodu přiřazen největší ze všech aktuálních stupňů příslušnosti. Celkovým výsledkem inference je tedy disjunkce modifikovaných pravých stran aktivovaných pravidel, což je obecně nekonvexní fuzzy množina, která není normální (neexistuje v ní žádný prvek y , pro nějž platí $\mu(y) = 1$).

Uvažujme jednoduchý fuzzy systém, popsáný dvěma pravidly s jedním vstupem x a jedním výstupem y .

R1: IF(x is A_1) THEN (y is B_1)

R2: IF(x is A_2) THEN (y is B_2)

Na Obr. 3.49 je znázorněna inference, kdy vstupem systému je hodnota $x = A'$ a je použita Mamdaniho inferenční metoda. Výsledkem je fuzzy množina $B' = B'_1 \cup B'_2$.

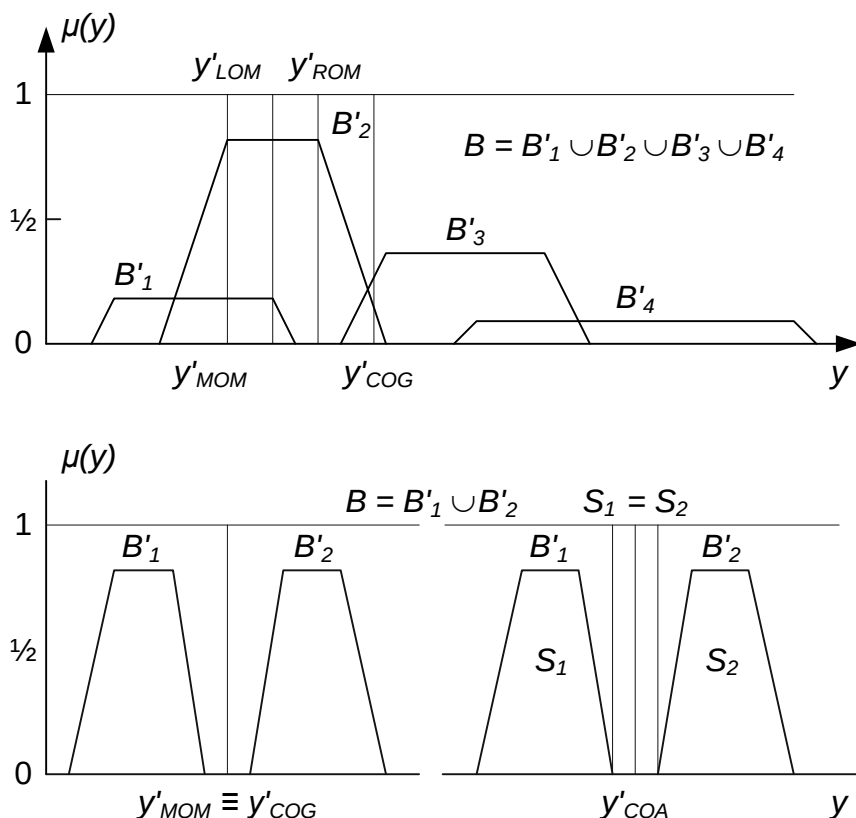


Obr. 3.49. Vznik výsledné fuzzy množiny.

□ Defuzzifikace

Defuzzifikace je operace poskytující na výstupu fuzzy systému nikoliv fuzzy množinu $B'(y)$, nýbrž ostrou hodnotu, tj. jeden bod $y' \in Y$. Způsob, jak získal tuto hodnotu, není jednoznačný a existuje několik defuzzifikačních operátorů [Novák]. V praxi je nejrozšířenější metoda zvaná **COG** - *Center of Gravity*, což je výpočet y' jako y -ové souřadnice těžiště plochy tvořené výslednou složenou fuzzy množinou $B'(y)$.

Metoda defuzzifikace využívající souřadnici bodu y' , kde funkce příslušnosti dosahuje maxima, popř. aritmetický průměr z maxim (**MOM** - *Mean of Maxima*), je rovněž použitelná, vyhovuje-li dané aplikaci. Lze se také rozhodnout pro nejlevější maximum (**LOM** - *Left of Maxima*) nebo pro nejpravější (**ROM** - *Right of Maxima*). Dalším možným způsobem je nalezení souřadnice bodu, v němž lze rozdělit plochu $S_{B'}$ vzniklou sjednocenou fuzzy množinou B' na dvě části o stejné ploše: $S_{B'} = S_1 + S_2$, $S_1 = S_2$. Tato metoda bývá označována jako střed ploch (**COA** - *Center of Area*) a její implementace může být komplikovaná. Navíc, pokud by výsledek byl složen ze dvou oddělených částí o stejné ploše, může souřadnice středu padnout do libovolného místa mezi obě části, což vede opět k nejednoznačnému výsledku. Zmíněné defuzzifikační metody ilustruje obr. 3.50, na kterém je také vidět, že metoda **COG** může v určitém případě umístit výsledek zcela mimo oblast pokrytou výslednou množinou B' . Zde velmi záleží na konkrétní situaci.



Obr. 3.50. Stanovení ostré hodnoty výstupní proměnné y' nejběžnějšími metodami defuzzifikace.

Uvažujme doposud obecný fuzzy systém jako fuzzy regulátor obdobný již zmíněnému typu PD a provedme modifikace použité symboliky. V něm systému nahradíme vstupní proměnné x_1 a x_2 regulační odchylkou e a její první diferencí Δe . Výstupní hodnotu y pak nahradíme akční veličinou u . Popsaná Mamdaniho vyvozovací metoda je u fuzzy regulátorů standardní, jako metoda defuzifikační se používá procedura COG.

□ Základy návrhu fuzzy regulátorů

Základní struktura fuzzy regulátoru v uzavřené smyčce je na obr. 3.51. S řízeným procesem je regulátor spojen přes A/D a D/A převodníky. V bloku *Výpočet vstupních hodnot* jsou vypočítávány proměnné, které jsou následně použity na vstupu fuzzy regulátoru. Jako vstupní proměnné jsou zpravidla použity regulační odchylka e v kroku k značená $e(k)$

$$e(k) = w(k) - y(k)$$

a její první difference

$$\Delta e(k) = [e(k) - e(k-1)] / T,$$

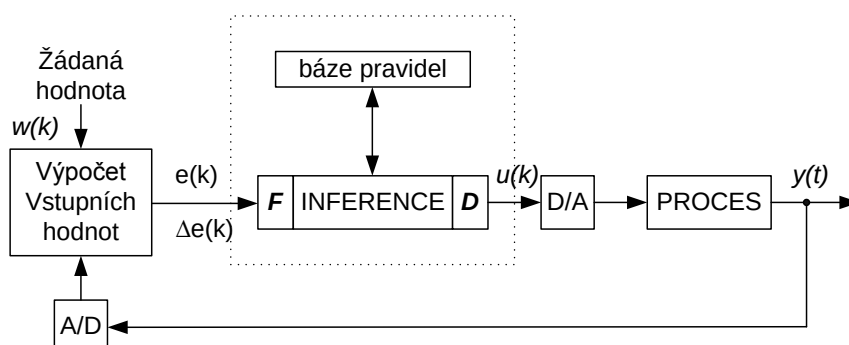
kde $e(k-1)$ je regulační odchylka v předchozím kroku k při periodě vzorkování T . Dalšími proměnnými ve schématu jsou

- $w(k)$ - žádaná hodnota regulované veličiny v kroku k ,
- $u(k)$ - akční zásah v kroku k ,
- $y(k)$ - skutečná hodnota regulované veličiny v kroku k .

V literatuře se pro diferenci regulační odchylky používá vztah

$$\Delta e(k) = e(k) - e(k-1).$$

Použít vztah $\Delta e(k) = [e(k) - e(k-1)]/T$ je výhodnější, protože vypočítaná hodnota je nezávislá na periodě vzorkování.. Symbolem F je označena procedura fuzzifikace a symbolem D defuzzifikace



Obr. 3.51. Fuzzy regulátor v obvodu zpětnovazební regulace.

Obečná forma báze pravidel je dána

IF antecedent THEN konsekvant ELSE next—rule .

Antecedent je zpravidla složená fuzzy logická podmínka,

IF (x_1 is A_{1j}) and (x_2 is A_{2j}) and ... and (x_N is A_{Nj}) THEN (u is B_j) ELSE next__rule ,

kde $j = 1, 2, \dots, M$ je počet jazykových hodnot jazykových proměnných .

Antecedent k -tého pravidla sestává z N dílčích fuzzy tvrzení o velikosti N - vstupních proměnných. Symboly x_i a u jsou označeny vstupní a výstupní jazykové proměnné, symboly A_{1j} , B_j jsou označeny fuzzy množiny jako jejich jazykové hodnoty.

Konkrétní podoba pravidel báze pravidel fuzzy regulátoru může být vyjádřena tabulkou. Protože uvažujeme fuzzy regulátor obdobný typu PD, budeme používat vstupní veličiny $e(k)$ a $\Delta e(k)$ a pravidla budou mít tvar např.

IF ($e(k)$ is ZO) and ($\Delta e(k)$ is ZO) THEN ($u(k)$ is ZO)

IF ($e(k)$ is NS) and ($\Delta e(k)$ is PB) THEN ($u(k)$ is PM)

IF ($e(k)$ is PS) and ($\Delta e(k)$ is NB) THEN ($u(k)$ is NM)

Tabelární vyjádření úplné báze pravidel fuzzy PD regulátoru je uvedeno v Tabulce níže. Při sedmi jazykových hodnotách pro každou vstupní veličinu dostáváme celkem 49 pravidel.

Tab. Báze pravidel fuzzy PD regulátoru.

Δe	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
PB	ZO	PS	PM	PB	PB	PB	PB
PM	NS	ZO	PS	PM	PB	PB	PB
PS	NM	NS	ZO	PS	PM	PB	PB
ZO	NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
NS	NB	NB	NM	NS	ZO	PS	PM
NM	NB	NB	NB	NM	NS	ZO	PS
NB	NB	NB	NB	NB	NM	NS	ZO

Význam symbolů označujících jazykové hodnoty proměnných je následující:

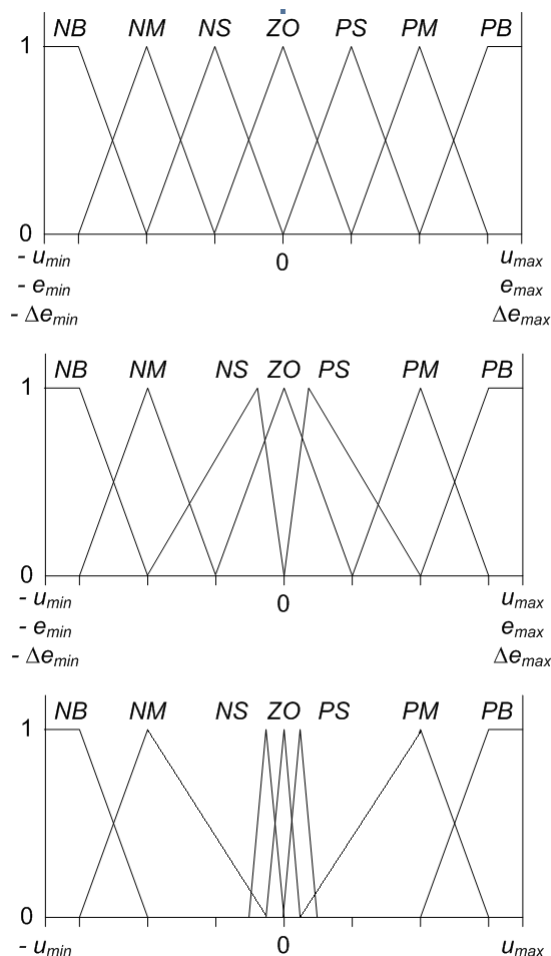
- PB (*Positive Big*) - kladná velká hodnota
- PM (*Positive Middle*) - kladná střední hodnota
- PS (*Positive Small*) - kladná malá hodnota
- ZO (*Zero*) - přibližně nulová hodnota
- NS (*Negative Small*) - záporná malá hodnota
- NM (*Negative Middle*) - záporná střední hodnota
- NB (*Negative Big*) - záporná velká hodnota

Výpočet velikosti akčního zásahu $u(k)$ v kroku k fuzzy regulátoru probíhá inferenčním algoritmem využívajícím kompoziční pravidlo v pěti krocích. Jsou to:

1. fuzzifikace,
2. vyhodnocení pravdivostních hodnot antecedentů pomocí funkce fuzzy-and,
3. modifikace jazykových hodnot konsekventů pomocí spojky fuzzy-THEN,
4. stanovení tvaru fuzzy množiny výsledné hodnoty u agregací pomocí spojky fuzzy ELSE,
5. defuzzifikace.

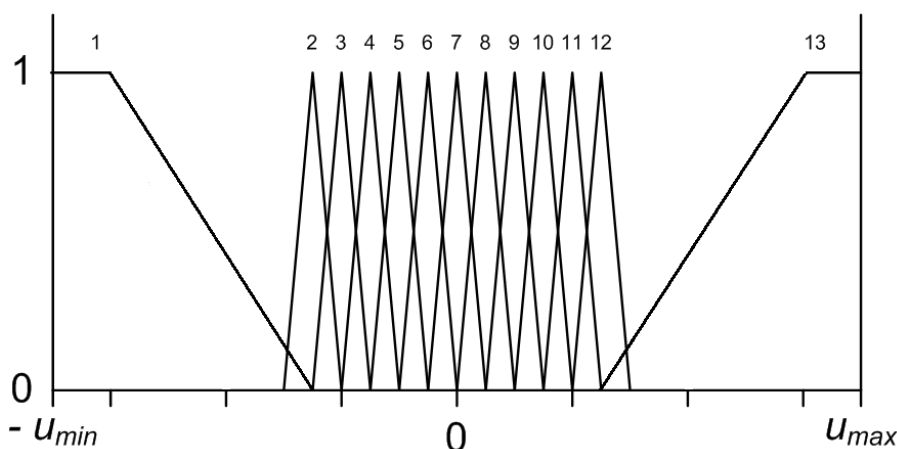
Nejčastěji používanou metodou fuzzy inference je kompoziční metoda (někdy nazývaná podle vztahu (...) metodou mini-maxovou). Z jiných možných metod bývá používána metoda ještě metoda produkt-maxová, využívající v pravidlech místo Mamdaniho implikace implikaci Larsenovu [Novák].

Další otázkou, kterou je možné si položit, je otázka, jak volit tvar funkcí příslušností. Tvar a parametry funkcí příslušností ovlivňují kvalitu regulace. Obvykle jsou používány trojúhelníkové [Λ - funkce] nebo lichoběžníkové tvary funkcí příslušností [Π - funkce], které snižují výpočtovou náročnost procesu inference ve srovnání se spojitými funkcemi příslušností (S- funkce).



Obr. 3.52. Symetrické (a), nesymetrické (b) a nelineární (c) rozložení funkcí příslušností.

Obecně mohou být funkce příslušnosti rozloženy lineárně (a symetricky) (Obr. 3.52 a) nebo nelineárně (Obr. 3.52 b). U výstupní proměnné můžeme nelineárního rozložení funkcí příslušností využívat pro nelineární změny akčního zásahu (Obr. 3.52 c). Další možná modifikace je na Obr. 3.53.



Obr. 3.53. Funkce příslušnosti akčního zásahu pro modifikovanou tabulku báze pravidel.

Výsledky simulací ukazují, že v některých případech může stupeň nesymetrie rozložení funkcí příslušnosti hrát významnou roli.

Výsledky rovněž ovlivňuje použitá metoda defuzzifikace. Ve většině případů je však u fuzzy regulátorů používána metoda využívající polohy těžiště plochy (*Center of Gravity* - **COG**), neboť přispívá k robustnosti regulačního procesu.

□ Výchozí rovnice pro odvození fuzzy PSD regulátoru

Pro definování fuzzy PSD regulátoru použijeme jeho podobnosti s klasickým lineárním PSD regulátorem, jehož akční zásah u v kroku k je

$$u(k) = K \left\{ e(k) + K_I \sum_{i=1}^k e(i) + K_D [e(k) - e(k-1)] \right\},$$

kde K je proporcionální zesílení,
 K_I - konstanta integrační části,
 K_D - konstanta derivační části regulátoru.

Předchozí rovnici můžeme přepsat do přírůstkového tvaru

$$\begin{aligned} \Delta u(k) &= K \Delta e(k) + K'_I e(k) + K'_D [\Delta e(k) - \Delta e(k-1)] \\ u(k) &= u(k-1) + \Delta u(k). \end{aligned}$$

V rovnici jsou použity tři vstupní proměnné veličiny: odchylka $e(k)$, její první diference $\Delta e(k)$ a druhá diference $[\Delta e(k) - \Delta e(k-1)]$. Fuzzy PSD regulátor obvykle těchto vstupních veličin využívá.

□ Fuzzy PS regulátor

Zaměříme-li se pouze na proporcionální a sumační část, dostáváme pro fuzzy PS regulátor rovnice

$$\begin{aligned} \Delta u(k) &= K \Delta e(k) + K'_I e(k) \\ u(k) &= u(k-1) + \Delta u(k). \end{aligned}$$

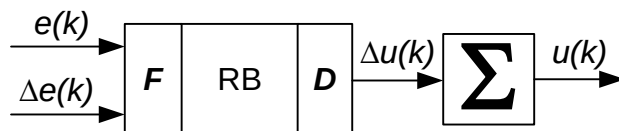
Vstupní proměnné fuzzifikujeme (operátor F). Po defuzzifikaci (operátor D) dostaneme vztah

$$\Delta u(k) = D\{F\{K\Delta e(k) + K'_I e(k)\}\}$$

kde

$$u(k) = u(k-1) + \Delta u(k),$$

Těmto vztahům odpovídá schéma na Obr. 3.54.



Obr. 3.54. Struktura fuzzy PS regulátoru (RB je dvojdimenzionální báze pravidel).

Konstanty K, K'_I odpovídají nastavení rozsahu universa pro odchylku a její diferenci $e \in < -e_{\min}; e_{\max} >$, $\Delta e \in < -e_{\min}; e_{\max} >$ a relativní velikost změny akčního zásahu v jednom kroku je určována rozsahem universa pro akční zásah $\Delta u \in < -u_{\min}; u_{\max} >$.

□ Fuzzy PD regulátor

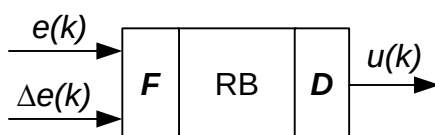
Podobně jako u konvenčního PD regulátoru můžeme strukturu fuzzy PD regulátoru popsat pomocí rovnice

$$u(k) = K e(k) + K'_D \Delta e(k).$$

Vstupní proměnné fuzzifikujeme. Po defuzzifikaci dostaneme rovnici

$$u(k) = D\{F\{K e(k) + K'_D \Delta e(k)\}\}.$$

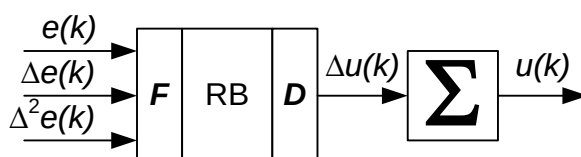
Fuzzy PD regulátor má dva vstupy: odchylku $e(k)$ a její první diferenci $\Delta e(k)$ (Obr. 3.55). Konstanty K, K'_D odpovídají nastavení rozsahu universa pro odchylku a její diferenci. Na rozdíl od fuzzy PS regulátoru nemá fuzzy PD regulátor



Obr. 3.55. Struktura fuzzy PD regulátoru (RB je dvoudimenzionální báze pravidel).

diferenci akčního zásahu na výstupu.

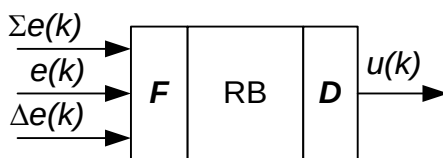
V mnoha případech je fuzzy PD regulátor nasazen k řízení procesů s integračním charakterem. Jeho výhodou může být rychlejší reakce na změny v regulačním obvodu, než je tomu u fuzzy PS nebo PSD regulátoru, jehož možná varianta je nakreslena na schématu Obr. 3.56.



Obr. 3.56. Fuzzy PSD regulátor (RB je třídimeznionální báze pravidel).

□ Fuzzy PSD regulátor

V literatuře se fuzzy PSD regulátor nejčastěji uvádí jako regulátor se třemi vstupy a třídimenzionální bází pravidel. Jako vstupy se obvykle používají odchylka $e(k)$, její první difference $\Delta e(k)$ a druhá difference $\Delta^2 e(k)$ - Obr. 3.56 - .nebo, v jiném případě, sumace odchylky $\Sigma e(k)$, odchylka $e(k)$ a první difference odchylky $\Delta e(k)$ - Obr. 3.57.



Obr. 3.57. Jiná z možných struktur fuzzy PSD regulátoru.

Při seřizování klasických PSD regulátorů v reálné regulační smyčce se složky P, S a D regulátoru nastavují zvlášť, a nikoliv ve vzájemné kombinaci, protože každá z nich má svůj přirozený fyzikální význam. Proporcionální složka odpovídá přirozené řídicí akci, derivační složka je urychlující a stabilizující a integrační složka potlačuje odchylku v ustáleném stavu, ale zároveň zpomaluje systém a zhoršuje stabilitu. Destabilizující může být nejen velký vliv P a S složky, ale v případě poruch působících uvnitř systému může stabilitu regulačního obvodu zhoršovat rovněž i velký vliv D složky. Obecně lze pomocí fuzzy PSD regulátoru realizovat rychlejší přechodové děje než se samotným fuzzy PS regulátorem. Se znalostí výše uvedených faktů je nejlépe sestavit fuzzy PSD regulátor jako kombinaci fuzzy regulátoru PS a fuzzy PD nebo fuzzy S a fuzzy PD. Modifikací rovnic dostáváme

$$u(k) = u(k-1) + \Delta u_{PS}(k) + u_{PD}(k),$$

pro PD + PS regulátor nebo

$$u(k) = u(k-1) + \Delta u_S(k) + u_{PD}(k),$$

pro PD + S regulátor, kde

$$\Delta u_S(k) = K'_S e(k) \quad \text{je S regulátor,}$$

$$\Delta u_{PS}(k) = K \Delta e(k) + K'_S e(k) \quad \text{je PS regulátor,}$$

$$u_{PD}(k) = K e(k) + K'_D \Delta e(k) \quad \text{je PD regulátor.}$$

Vstupní proměnné fuzzifikujeme. Po defuzzifikaci dostaneme

$$\Delta u_S(k) = D\{F\{K'_S e(k)\}\},$$

pro fuzzy S regulátor,

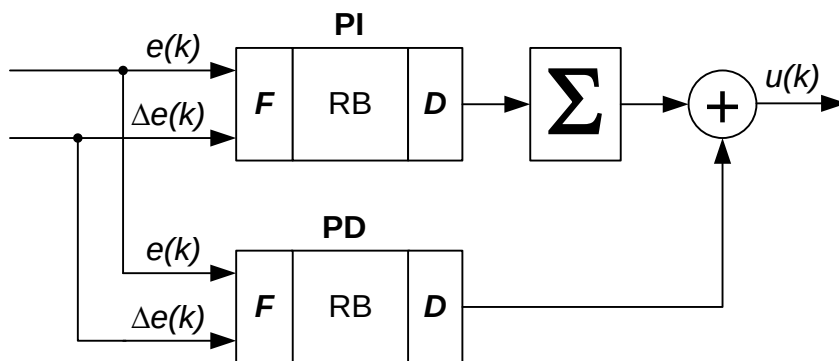
$$\Delta u_{PS}(k) = D\{F\{K \Delta e(k) + K'_S e(k)\}\},$$

pro fuzzy PS regulátor,

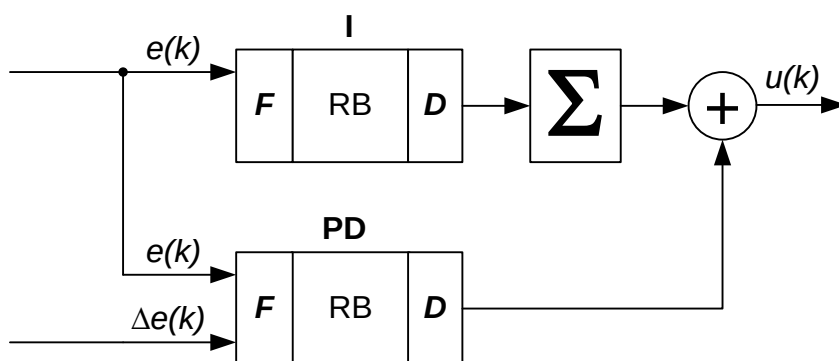
$$\Delta u_{PD}(k) = D\{F\{K e(k) + K'_D \Delta e(k)\}\},$$

pro fuzzy PD regulátor.

Struktura těchto regulátorů je na Obr. 3.58. a Obr. 3.59.



Obr. 3.58. Struktura a fuzzy PS + PD regulátoru.



Obr. 3.59. Struktura a fuzzy PD+S regulátoru.

Nejlepší postup při nastavování fuzzy PS + PD regulátoru je optimálně nastavit fuzzy PD regulátor a potom postupně zvětšovat vliv PS, popř. S složky. Je-li přechodový děj příliš kmitavý, zkusíme zvětšit rozestup mezi funkcemi příslušnosti pro akční zásah u . Universum pro akční zásah u fuzzy PD regulátoru v tomto případě není posunuto, jako bylo při použití samotného fuzzy PD regulátoru. S. Kombinace fuzzy regulátoru PS + PD se snadněji nastavuje a poskytuje lepší výsledky než fuzzy PD + S regulátor.

Použití fuzzy PSD regulátoru nejenom zlepšuje průběhy přechodových charakteristik, ale je i nezbytné v případě integračního charakteru soustavy a požadavku na vyregulování poruchy bez chyby v ustáleném stavu. Samotný fuzzy PS regulátor zde zpomalí přechodový děj a může dojít i k nestabilitě systému, popř. ke stálým oscilacím s malou amplitudou. Aplikace derivační složky regulátoru zde pomůže zrychlit přechodový děj, zajistit stabilitu a eliminovat oscilace. Pokud se seznámíme s vlivem jednotlivých komponent fuzzy regulátoru na průběh přechodové charakteristiky, můžeme realizovat fuzzy regulátor s poněkud výhodnějšími vlastnostmi, než jaké má klasický PID regulátor.



Řešený příklad 3.8.1

Zadání: V prostředí MATLAB a SIMULINK navrhnete, naprogramujete a odladíte softwarový FUZZY regulátor soustavy vyššího řádu, zadané jejím přenosem. Požadavkem na kvalitu regulačního procesu je aperiodický průběh regulace s nulovou odchylkou v ustáleném stavu.

Vyberte si soustavu vyššího řádu (libovolnou, postačí 2. řádu). Vámi navržený fuzzy regulátor odladíte a porovnáte s klasickým PSD regulátorem navrženým jednou z vybraných metod (optimální modul, Ziegler-Nichols) nebo s jiným vámi navrženým fuzzy regulátorem (jiný počet lingvistických proměnných, jiný tvar fuzzy množin).

$$G_s(s) = \frac{350}{(s+10)(s+3+5i)(s+3-5i)} = \frac{35}{(0,1s+1)(s^2+6s+34)}.$$

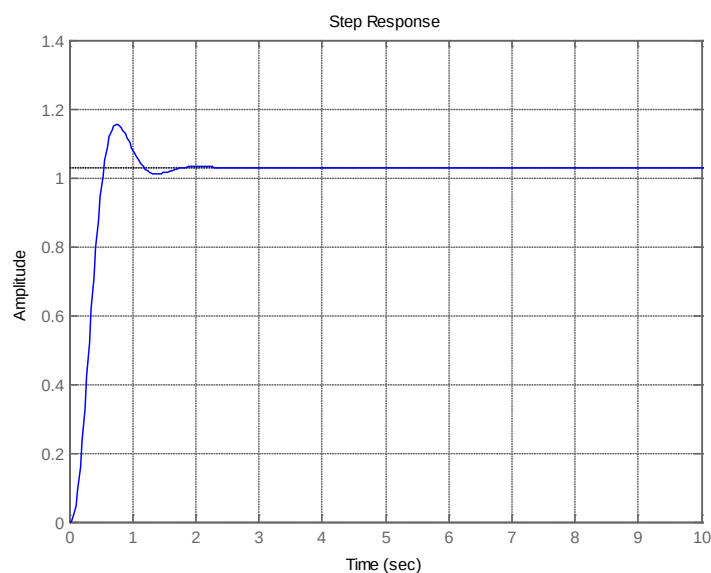
Řešení:

$$T_1 = 0,1s$$

$$T_2 = \sqrt{\frac{1}{34}} = 0,1715s$$

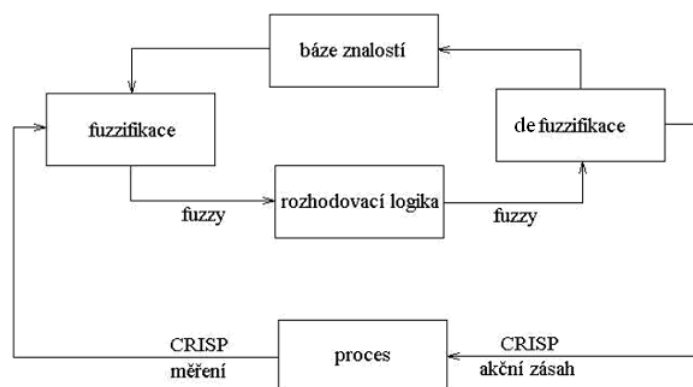
$$K = \frac{35}{34} = 1,0294$$

Jedná se o soustavu 3. řádu, kde jeden pól leží na záporné ose komplexní poloroviny a zbylé 2 póly jsou komplexně sdružené se zápornou reálnou částí. Jedná se tedy o soustavu stabilní s tlumeně kmitavým průběhem, jak znázorňuje přechodová charakteristika na Obr. 3.60. Časové konstanty soustavy jsou 0,1s a 0,1715s. Zesílení soustavy je 1,0294.



Obr. 3.60. Přechodová charakteristika soustavy.

Základní konfigurace fuzzy regulačního systému je zakreslena na Obr. 3.61.



Obr. 3.61. Základní konfigurace fuzzy regulačního systému.

Konfigurace fuzzy regulátoru obsahuje čtyři základní bloky, jejich funkce jednotlivých částí je následující:

- Blok FUZZIFIKACE zahrnuje funkce:
 - měření hodnot vstupních veličin ve formě dat,
 - převod rozsahů měřených dat do normovaných univerz,
 - fuzzifikaci, transformující data do formy fuzzy množin;
- blok ZNALOSTNÍ BÁZE zahrnuje:
 - BÁZI DAT, provádějící nezbytné operace se vstupními daty (definice funkcí příslušnosti jazykových hodnot jazykových),
 - BÁZI ZNALOSTÍ, obsahující jazyková řídicí pravidla, charakterizující typ fuzzy regulátoru;
- Blok ROZHODOVACÍ LOGIKY, tvořící jádro fuzzy regulačního systému. Provádí vyvození velosti fuzzy řídicích zásahů s využitím příslušných fuzzy inferenčních algoritmů;
- Blok DEFUZZIFIKACE zahrnuje:
 - proceduru defuzzifikace, transformující vyvozený fuzzy akční zásah do obyčejné číselné formy;
 - převod rozsahů normovaných výstupních veličin do reálných univerz.

Návrh fuzzy regulátoru

Struktura fuzzy PSD regulátoru je:

$$IF(e \text{ is } A) \text{ and } (\Delta e \text{ is } B) \text{ and } (\Delta^2 e \text{ is } C) THEN (\Delta u \text{ is } D),$$

kde: A, B, C a D jsou příslušné jazykové hodnoty vstupních proměnných e, Δe , $\Delta^2 e$ a výstupní proměnné Δu ,
 Δ symbolizuje změnu (diferenci)

Regulační zákon je popsán IF – THEN pravidly řízení, které tvoří regulační model (bázi znalostí) fuzzy regulátoru. Tvar pravidel je dán typem regulátoru (P, PD, PS, PSD). Tabulka pravidel pro PSD regulátor, použitý v této práci je znázorněna na Obr. 3.62.

e		ZV	ZS	ZM	PN	KM	KS	KV		
									$\Delta^2 e$	
Δe	ZV	ZV	ZV	ZV	ZV	ZV	ZS	ZV		
	ZS	ZV	ZV	ZV	ZV	ZS	ZS	ZS		
	ZM	ZV	ZV	ZV	ZS	ZS	ZM	ZM		
	PN	ZV	ZV	ZV	ZS	ZS	ZM	PN		
	KM	ZV	ZV	ZS	ZS	ZM	PN	KM		
	KS	ZV	ZS	ZS	ZM	PN	KM	KS		
	KV	ZS	ZM	PN	KM	KS	KS	KV		
		ZM	PN	KM	KS	KS	KV	KV		
		PN	KM	KS	KS	KV	KV	KV		
		KM	KS	KS	KV	KV	KV	KV		
		KS	KS	KV	KV	KV	KV	KV		
		KS	KV	KV	KV	KV	KV	KV		

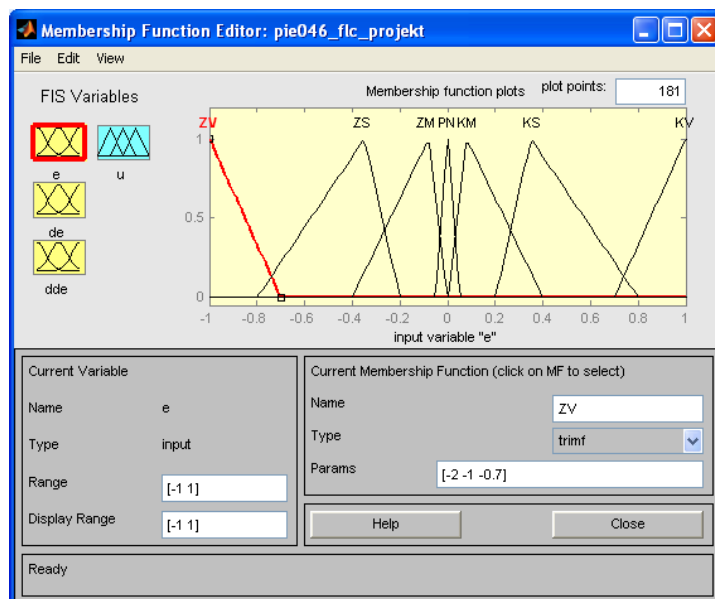
Obr. 3.62. Tabulka pravidel pro PSD regulátor.

Význam jazykových hodnot vstupních proměnných e , Δe , $\Delta^2 e$ a výstupní proměnné u je následující:

- ZV – záporná velká
- ZS – záporná střední
- ZM – záporná malá
- PN – přibližně nulová
- KM – kladná malá
- KS – kladná střední
- KV – kladná velká

Kombinací všech jazykových hodnot získáme 343 pravidel. Pro vyvození akční veličiny je použita Mamdaniho infrenční metoda.

Rozdělení fuzzy množin jsou pro jednotlivé jazykové proměnné e , Δe , $\Delta^2 e$ a Δu stejné. Znázornění pro jednu jazykovou proměnnou e je na Obr. 3.63.

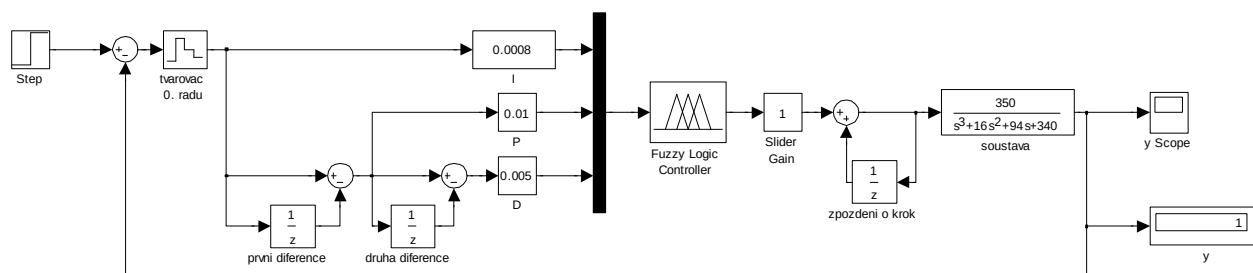


Obr. 3.63. Rozdělení fuzzy množin.

Jak je vidět z obrázku, fuzzy množiny jsou trojúhelníkového tvaru. V následující tabulce jsou uvedeny jejich parametry (body zlomu).

jazyková hodnota	začátek	vrchol	konec
ZV	-2	-1	-0,7
ZS	-0,8	-0,35	-0,2
ZM	-0,4	-0,08	0
PN	-0,05	0	0,05
KM	0	0,08	0,4
KS	0,2	0,35	0,8
KV	0,7	1	2

Navržený fuzzy regulátor je exportován do Workspace Matlabu (Ctrl+T) a vytvořen regulační obvod s fuzzy regulátorem, viz Obr. 3.64.



Obr. 3.64. Regulační obvod s fuzzy regulátorem.

Do fuzzy regulátoru vedou tři signály: e , Δe , $\Delta^2 e$ a vystupuje z něj změna akční veličiny Δu . Aby tyto vstupní signály nepřekročily rozsah univerza, tak je třeba tyto signály upravit zesílením (v mém případě zeslabením). Tyto hodnoty jsou vidět z Obr. 3.64. Poněvadž se jedná v podstatě o diskrétní regulační obvod, je třeba určit periodu vzorkování. Je zvolena více než desetkrát menší hodnotu než časová konstanta soustavy ($T_s = 0,01s$).



CD-ROM

Prostudujte si zdrojové soubory *example_3_8_1_podklad.m* a *example_3_8_1_schema.mdl*. Činnost fuzzy regulátorů je zdokumentována v souboru Animace11.



Shrnutí pojmů 3.8

Fuzzyfikace- proces přiřazování měřených hodnot vstupních veličin k fuzzy množinám pomocí stupňů příslušnosti.

Defuzzyfikace - poskytující na výstupu fuzzy regulátoru ostrou hodnotu



Otázky 3.8

1. V jakých případech je vhodné použití fuzzy regulátoru?

4. PROBLEMATIKA REALIZACE REGULÁTORŮ

4.1. Realizace na platformě PC+RT Toolbox+MF624



Čas ke studiu: 4 hodiny



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět

popsat princip práce na platformě PC+RT Toolbox+MF624
použít Real Time Toolbox pro realizaci navrženého regulátoru



Výklad

□ Real Time Toolbox

Real Time Toolbox umožňuje v prostředí programů MATLAB / Simulink práci s externími analogovými a digitálními signály. Přímo v prostředí programu Simulink můžete experimentovat s návrhy řídicích systémů, zpracováním signálu, získáváním dat a řešit další podobné úkoly.

Knihovna bloků umožňuje práci v reálném čase bez nutnosti použití dalších nástrojů, od uživatele nevyžaduje téměř žádné znalosti o programování použitého hardware. Real Time Toolbox je založen na výkonném jádře reálného času, k dispozici jsou ovladače pro celou řadu měřicích karet světových výrobců.

□ Připojení vstupních a výstupních signálů ke konektoru karty MF624

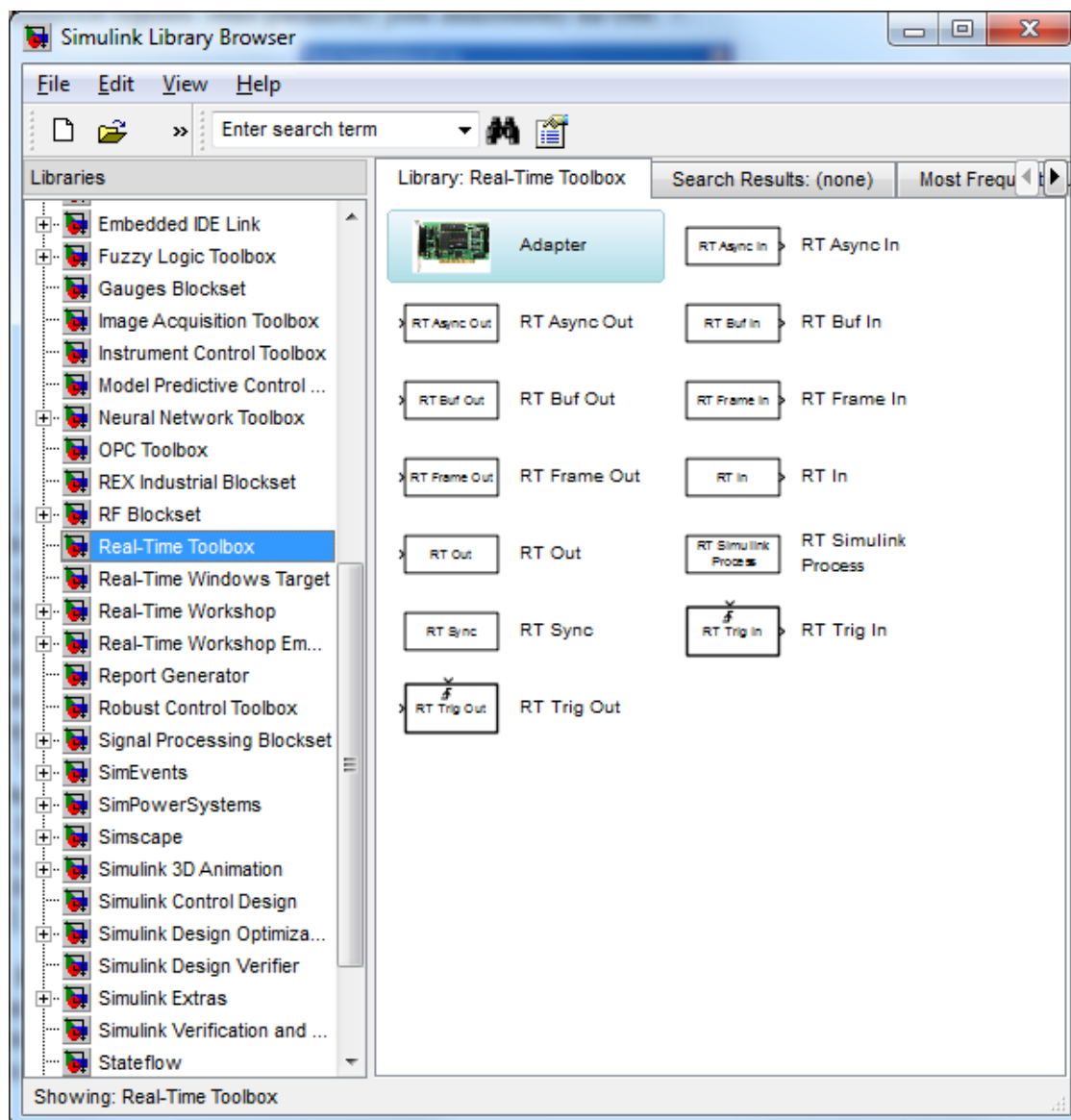
Vzhledem k tomu, že karta Humusoft MF 624 má tolik vstupů a výstupů, se všechny tyto vstupy a výstupy musely rozdělit na 2 konektory. K těmto konektorům jsou připojeny dceřiné desky fy Humusoft, které jsou označeny Humusoft TB 620. V následujících dvou tabulkách je uvedeno přiřazení jednotlivých vstupních a výstupních signálů k pinům na svorkovnici těchto dceřiných desek. Dceřiná deska s označením X1 je deska, která obsahuje digitální a analogové v/v. Dceřiná deska s označením X2 je deska, která obsahuje vstupy pro inkrementální snímače a v/v pro čítače/časovače.

AD0 – AD7	Analogové vstupy
DA0 – DA3	Analogové výstupy
DIN0 – DIN7	Digitální vstupy
DOUT0 – DOUT7	Digitální výstupy
IRC0 – IRC3	kvadrurní A, B a indexové I vstupy pro inkrementální snímače polohy
T0IN – T3IN	vstupy čítačů Count0 až Count3
T0OUT – T3OUT	výstupy časovačů Timer0 až Timer3
+12 V	napájení + 12V
-12 V	napájení - 12V
+5 V	napájení + 5V
AGND	analogová zem
GND	digitální zem

Všechny země na obou dceřiných deskách jsou spolu spojeny.

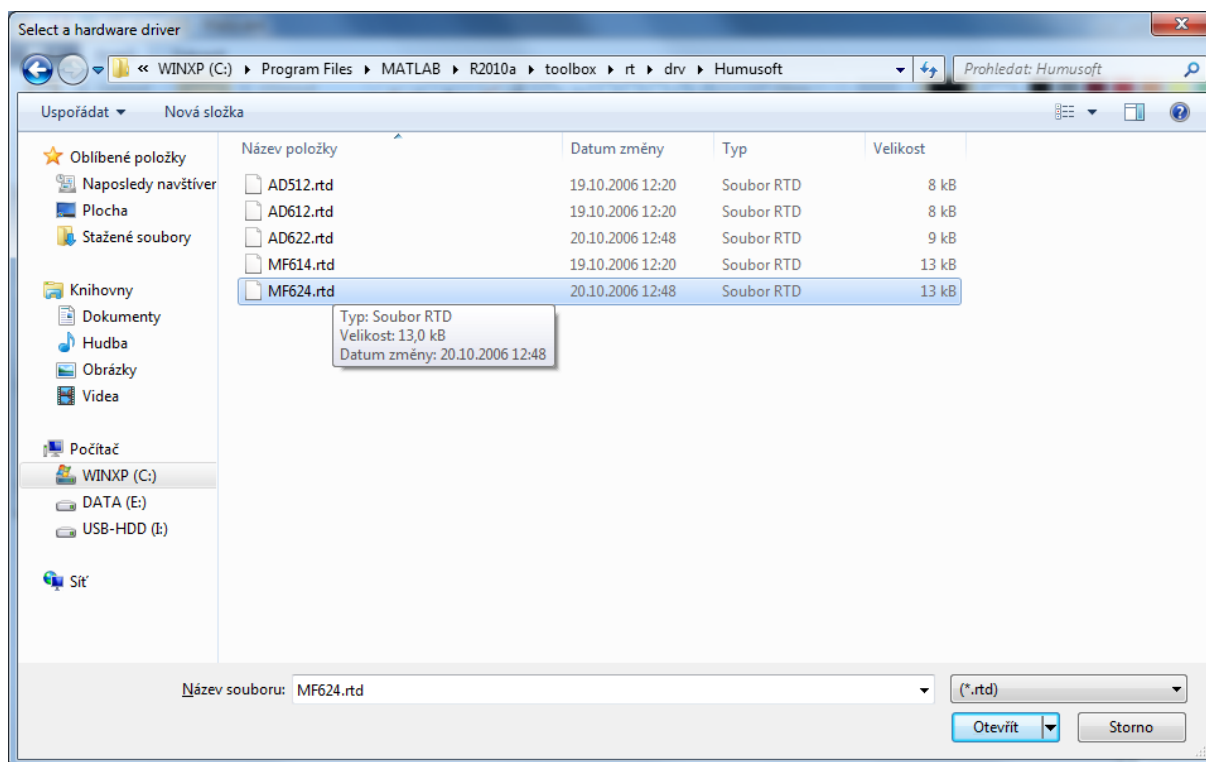
□ Práce s multifunkční kartou MF624 v Simulinku

Knihovna bloků RT Toolboxu v Simulinku je uvedena na Obr. 4.1. Knihovna lze otevřít zapsáním příkazu **rtlib** do příkazového okna Matlabu nebo v Simulinku pod položkou Real-Time Toolbox.



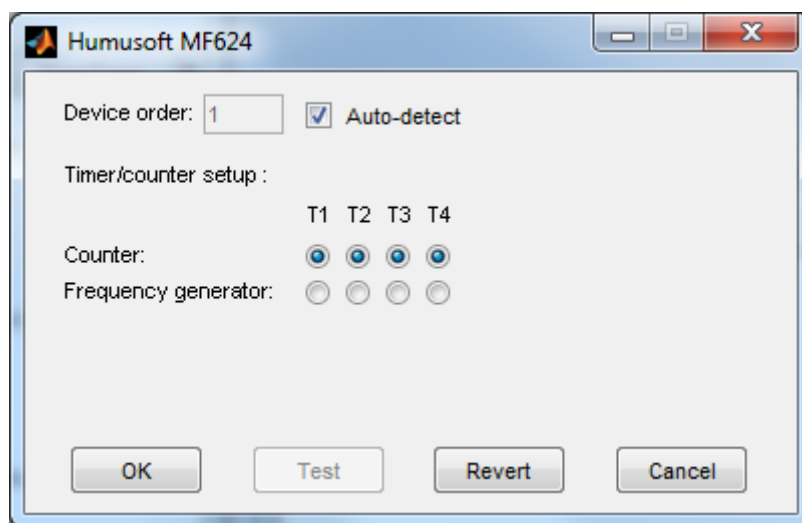
Obr. 4.1. Knihovna RT Toolboxu verze 4.1.

Prvním blokem je blok s označením **Adapter**. Pokud je blok **Adapter** červený, znamená to, že není nahrán žádný ovladač karty. Po správném nahrání ovladače karty blok **Adapter** zčerná. V modelu Simulinku může být i více bloků typu **Adapter**. Adaptér se volí, viz Obr. 4.2.

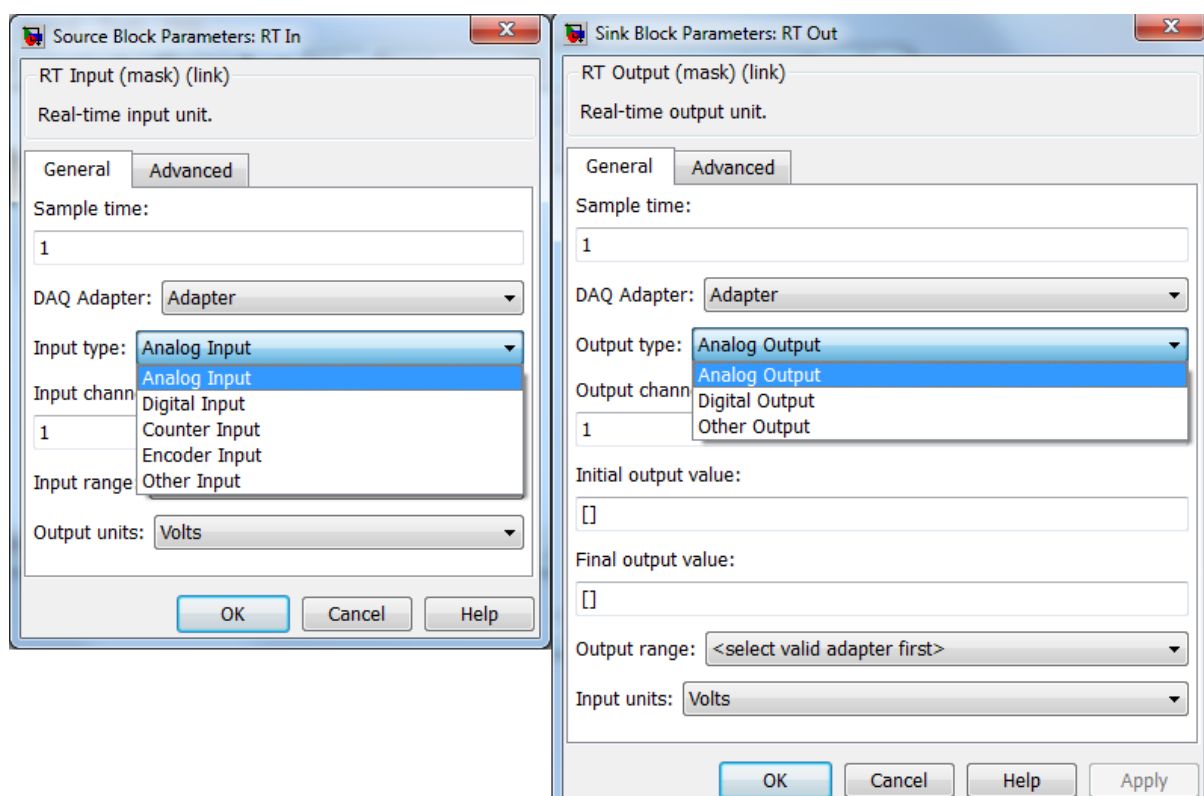


Obr. 4.2. Výběr ovladače adaptéru

Dále se konfiguruje módy, ve kterých pracují 4 časovače, viz Obr. 4.3.



Obr. 4.3. Módy časovačů



Obr. 4.4. Parametry bloku RT In a RT Out

Blok RT In a RT Out slouží k přímému čtení a zápisu signálu ze (na) vstupního kanálu karty. Jsou vhodné pro čtení rychle se měnících signálů. Jejich parametry jsou znázorněny na Obr. 4.4.



CD-ROM

Způsob práce s RT Toolboxem a multifunkční kartou MF624 v Simulinku je zdokumentován v souboru Video_06 a v programu *Program_16*.



Shrnutí pojmů 4.1

Real Time Toolbox umožňuje v prostředí programů MATLAB / Simulink práci s externími analogovými a digitálními signály.



Otázky 4.1

1. V jakých případech je vhodné realizovat regulátor na platformě PC+RT Toolbox+měřicí karta?

4.2. Realizace na platformě xPC Target



Čas ke studiu: 4 hodiny



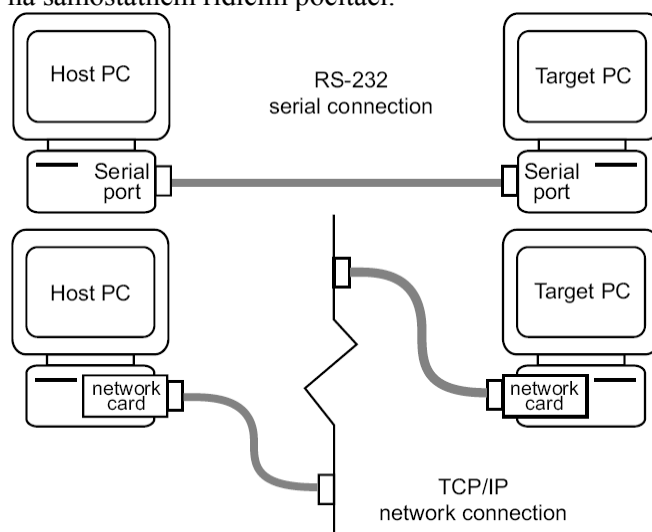
Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět
popsat princip práce na platformě xPC Target
použít xPC Target pro realizaci navrženého regulátoru



Výklad

□ xPC target

xPC Target™ je produkt pro prototypování, testování a rozvíjení simulací modelů, pracujících v reálném čase, které jsou provozovány na hardwaru standardních PC. Vývoj modelu probíhá na vývojovém počítači, tzv. *Host PC*. Vytvořená real-time aplikace pak běží na samostatném řídicím počítači, tzv. *Target PC*. Oba počítače jsou spojeny prostřednictvím sériové linky nebo ethernetu. Tyto výkonné simulace běží na samostatném řídicím počítači.



Obr. 4.5. Spojení host PC a Target PC

Pro vytvoření aplikace, běžící na Target PC (řídicím počítači) je třeba, aby byl řídicí počítač vybaven sériovou linkou (v případě sériového připojení) nebo některou ze síťových karet, které jádro systému xPC target podporuje. Seznam těchto karet naleznete v helpu Matlabu pod heslem „*Ethernet Chip Families Supported by the xPC Target Product*“.

Pro propojení hostujícího a řídicího počítače prostřednictvím sériové linky slouží kabel v zapojení tzv. „nulový modem“.

Pro propojení hostujícího a řídicího počítače prostřednictvím ethernetu lze použít buď křížený kabel (přímé propojení mezi dvěma PC) nebo lze oba počítače prostřednictvím switchů připojit do lokální sítě LAN.



Řešený příklad 4.2.1

Zadání: Realizujte zvolené řídicí schéma na platformě xPC target.

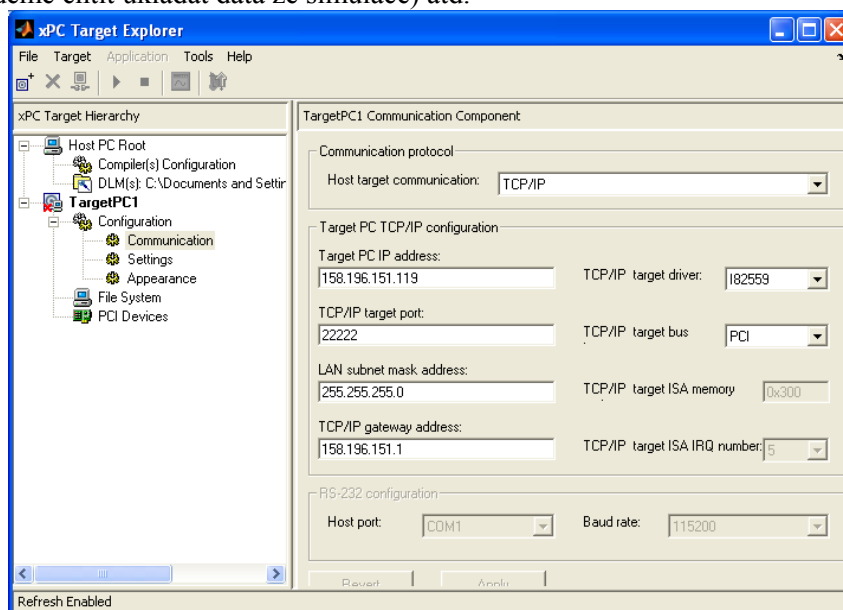
Řešení:

□ Nastavení parametrů a způsobu komunikace mezi host a target PC

V command window Matlabu napíšeme do příkazového řádku příkaz `xpcexplr`. V záložce „Host PC Root/Compiler(s) configuration“ nastavíme vhodný kompilátor. Osvědčil se kompilátor z balíčku Microsoft Visual Studio 2005.

V záložce „TargetPC1/configuration/communication“ nastavíme způsob komunikace. V případě síťové komunikace nastavíme adresu IP našeho řídicího počítače, masku podsítě, výchozí bránu a komunikační port (standardně je 22222). Důležitou volbou je výběr ovladače síťové karty. V případě, že máme síťovou kartu s komunikačním procesorem Realtek RTL8139, vybereme R8139. Změny potvrdíme stisknutím tlačítka `apply`.

V záložce „TargetPC1/configuration/settings“ jsou další možnosti nastavení. Například zde můžeme zatrhnout, že target PC je založen na platformě 386/486, povolit pevný disk na target PC (v případě, že budeme chtít ukládat data ze simulace) atd.



Obr. 4.6. Nastavení parametrů komunikace

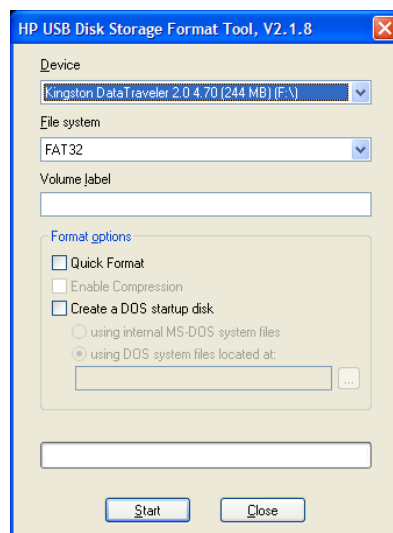
□ Postup pro vytvoření bootovacího média s jádrem systému xPC target

Existuje mnoho způsobů, jak bootovat jádro systému xPC na řídicím počítači. Jedním z nejrozšířenějších je bootování z 3,5“ diskety.

Po nastavení všech parametrů v předchozím bodě se přesuneme do záložky „TargetPC1/configuration“. Zde je výběr možností bootování. Hned první panel s názvem „Boot Floppy“ vytvoří bootovací 3,5“ disketu, která bude obsahovat jádro systému xPC spolu s nastavením, které jsme provedli v předešlém bodě. Vzhledem k tomu, že výskyt 3,5“ mechanik je v poslední době vzácný jev, tak existují i jiné způsoby bootování řídicího počítače.

Pokud nemáme na řídicím počítači k dispozici 3,5“ mechaniku, ale řídicí PC je vybaveno možností bootovat z USB flash disku nebo obsahuje pevný disk, tak poté lze využít druhé možnosti a

tou je vytvoření bootovacího oddílu na daném médiu a poté nahrání tzv. bootloderu na toto médium. Následující postup lze použít jak pro pevný disk tak i pro flash disk.

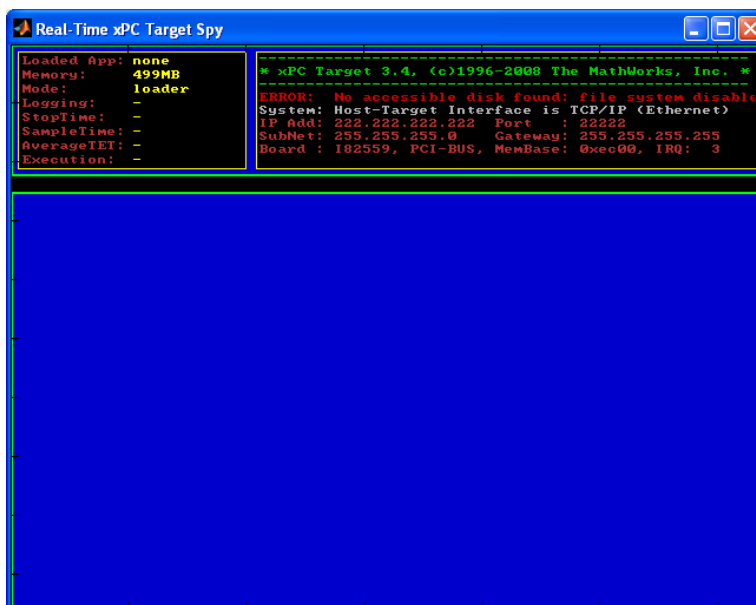


Obr. 4.7. Tvorba bootovacího USB disku

Prvním předpokladem je, že máte k dispozici PC s 3,5“ mechanikou a bootovací disketu např. pro operační systém Windows 98. Řídicí počítač nabootujeme prostřednictvím spouštěcí diskety pro Windows 98 a poté napíšeme do příkazového řádku příkaz: **SYS C:** (za předpokladu, že pevný disk, který bude v budoucnu bootovací, má přiřazen písmeno C).

Pokud nemáte floppy mechaniku nebo chcete bootovat z flash disku, tak si stáhněte systémové soubory pro operační systém Windows 98 na adrese <http://files.extremeoverclocking.com/file.php?f=196>. Dále potřebujete pro vytvoření bootovacího flash disku utilitu od firmy HP s názvem „HP USB Disk Storage Format Tool - v2.1.8“ <http://files.extremeoverclocking.com/file.php?f=197>. Utilitu nainstalujte, spustěte a vyberte flash disk, který bude sloužit jako bootovací. Dále zatrhněte položku „Create a DOS startup disk“. Do políčka, které je pod touto volbou vepište (nebo nalistujte pomocí tlačítka) cestu k adresáři se systémovými soubory Windows 98 nebo k disketové jednotce. Stiskněte start a bootovací flash disk je hotov (pozor, veškerá data, uložená na flash disku se vymažou).

Po vytvoření bootovacího média přejděte v xPC exploreru na panel „DOS Loader“. Nalistujte cestu k flash disku a stiskněte tlačítko „Create DOS Loader“. Na flash disk se uloží jádro systému xPC a soubor autoexec.bat, který odkazuje na toto jádro. Tyto dva soubory lze uložit i na bootovací disk. Po nabootování řídicího počítače lze na monitoru řídicího počítače vidět jádro systému xPC v „Loader“ módu. V tomto módu čeká řídicí počítač na připojení a nahrání aplikace z hostujícího počítače.



Obr. 4.8. Obrazovka cílového počítače

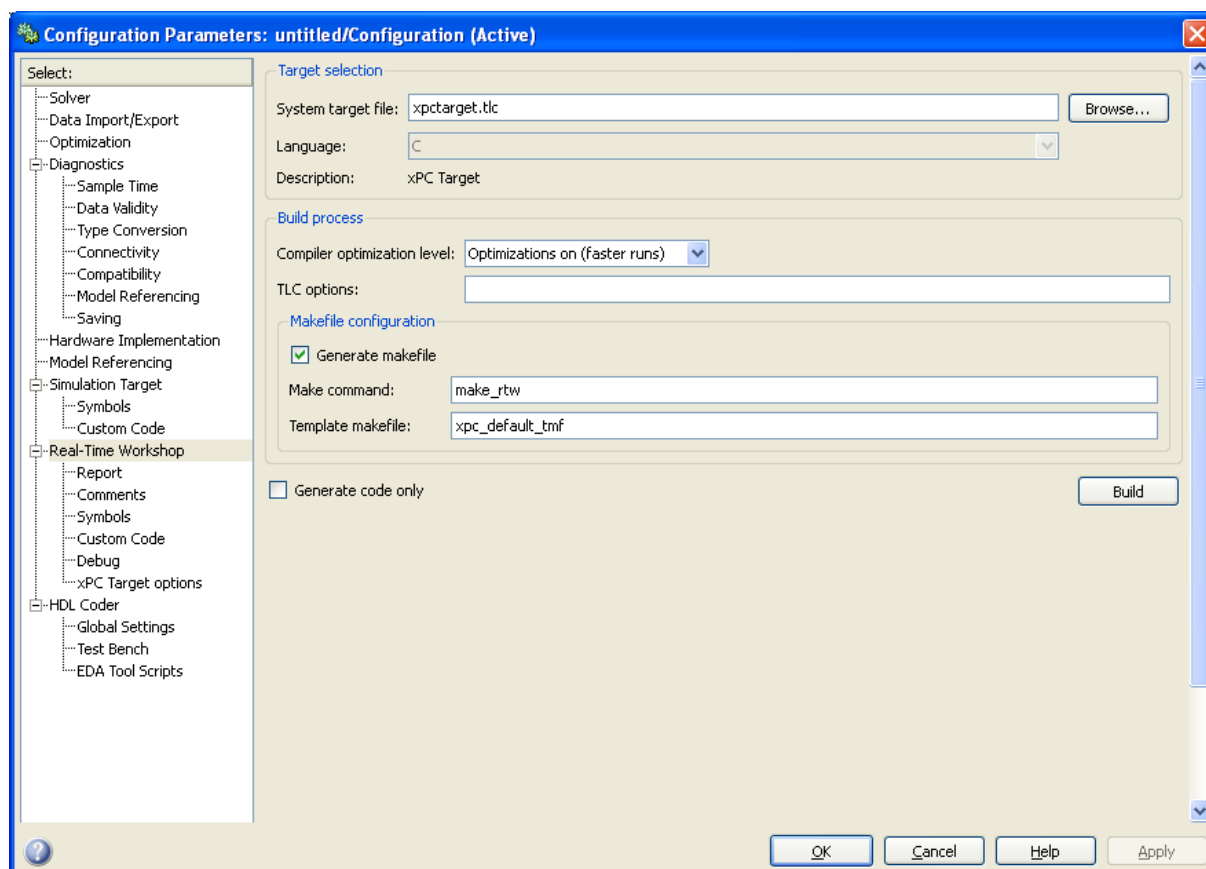
□ Postup pro vytvoření aplikace pro xPC target na hostujícím počítači

Model v Simulinku, určený pro běh na řídicím počítači, se příliš neliší od běžného schématu v Simulinku. Sestavíme požadovaný model v simulinku. Pokud se jedná o aplikaci, která používá měřicí a řídicí karty, je třeba vzít bloky pro tyto karty z knihovny xPC Target v Simulinku. xPC Target podporuje také karty od firmy Humusoft. Defaultně je v nabídce knihovny pouze karta AD512. Pro novější typy karet je třeba si stáhnout z webu firmy Humusoft knihovny pro xPC Target pro tyto karty. Pokud chceme zobrazovat průběhy veličin na řídicím počítači, je třeba místo bloků Scope dosadit bloky Scope(XPC), které najdeme v knihovně xPC Target/Misc.

Po sestavení a uložení modelu (bez mezer v názvu a bez diakritiky) stiskneme kombinaci kláves Ctrl+E nebo zvolíme v menu položku Simulation/Configuration Parameters... Zobrazí se okno s nastavením simulace. Přejdeme do záložky Real-Time Workshop.

V prvním řádku je položka s tlc souborem, kterou musíme změnit pomocí tlačítka Browse... na xpctarget.tlc. Stiskneme tlačítko Browse... a vybereme předposlední položku xPC Target. Volbu potvrdíme stiskem tlačítka OK.

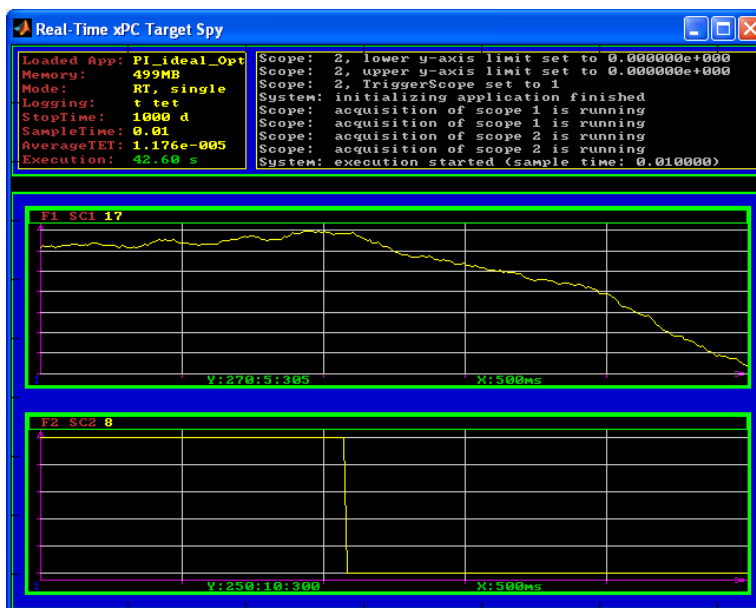
Dále je třeba v záložce Solver (řešič – hned na začátku) změnit typ řešiče na řešič, pracující s fixním krokem (volbu Type nastavit na Fixed-step). Doporučuji nastavit předem vzorkovací periodu, která musí být stejná u všech bloků v modelu Simulinku, kde je třeba ji nastavit. Pokud potřebujete mít v některém bloku jinou vzorkovací periodu, lze využít bloku Rate Transition z knihovny Signal Attributes.



Obr. 4.9. Konfigurace Real Time Workshopu pro použití xPC target

□ Spuštění modelu na řídicím počítači

Po nastavení vlastností modelu stiskneme kombinaci kláves Ctrl+B nebo zvolíme v menu položku Tools/Real-Time Workshop/Build Model. Tímto pokynem jsme spustili kompilaci simulinkovského modelu. Po úspěšné kompilaci se vytvoří objekt typu xpc, který se pokusí o připojení k target PC. Po připojení k target PC se do tohoto objektu nahraje zkompilevaná aplikace a celý model se spustí. Odteď běží simulace na řídicím počítači. V menu prohlížeče xPC (příkaz xpcexplr, zapsaný do Command window Matlabu) lze vidět po kliknutí na položku TargetPC1 parametry aplikace, nahrané v řídicím počítači.



Obr. 4.10. Obrazovka řídicího počítače s vizualizací

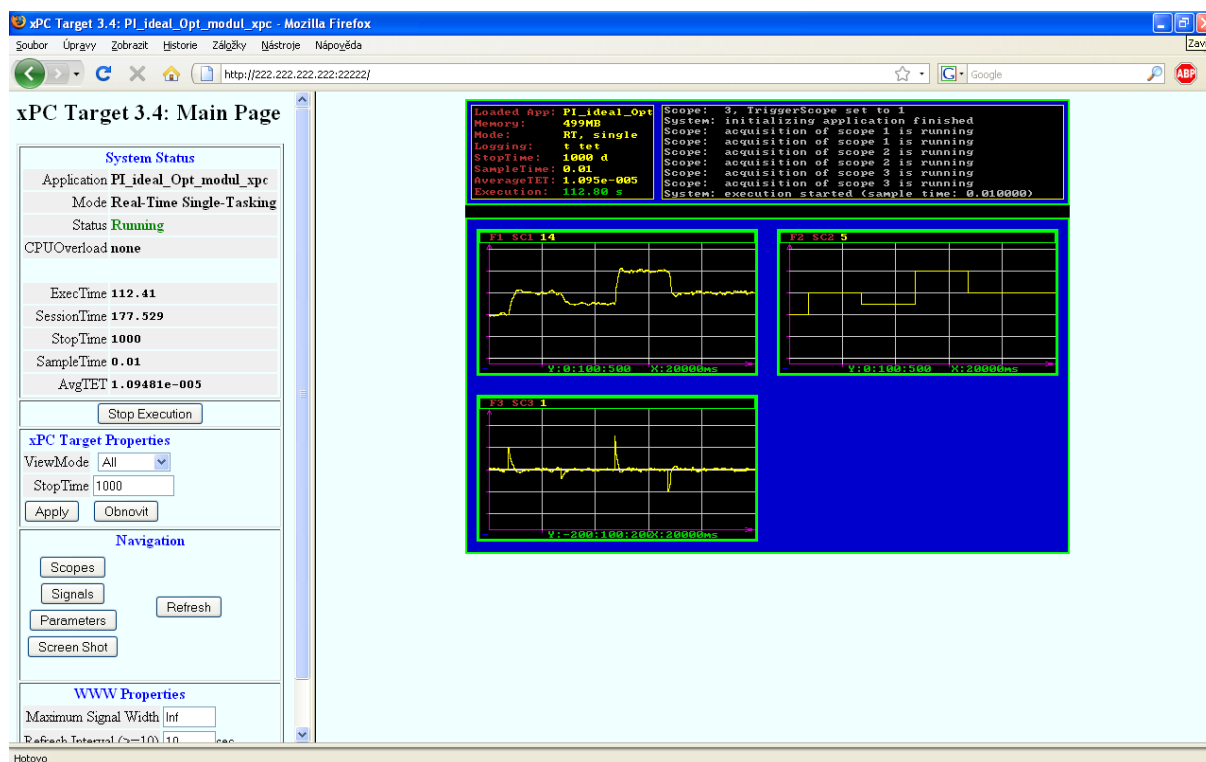
Pokud chceme znova spustit aplikaci na řídicím počítači a nechceme znova kompilovat model v simulinku (za předpokladu, že jej již máme zkompilován z předchozí doby), tak lze aplikaci do řídicího počítače nahrát pomocí následujících příkazů, zapsaných do Command window Matlabu.

```
tg=xpc % vytvoří objekt xPC Target a pokusí se připojit k řídicímu počítači
load(tg, 'jmeno_aplikace') % do objektu tg se nahraje zkompilovaná aplikace
+tg % spustí aplikaci v řídicím počítači
```

Pokud chceme prohlížet a nastavovat model v řídicím počítači prostřednictvím webových stránek, je třeba se postarat o to, aby se uvolnila komunikace mezi Host PC a Target PC. Zapsáním příkazu `xpcexplr` do Command window Matlabu se podíváme na vlastnosti řídicího počítače, zda není připojen k hostujícímu počítači. Pokud ano, tak kliknutím pravého tlačítka myši na položku TargetPC1 zvolíme položku Disconnect a zavřeme prohlížeč xPC. Nyní je třeba do Command window Matlabu zapsat příkaz

```
xpcwwwenable % odpojí veškerou síťovou komunikaci (uvolní port)
```

Otevřeme prohlížeč webových stránek (IE, Mozilla Firefox, atd) a do adresního řádku napíšeme 158.196.151.119:22222, kde první čtyři trojčíslí je IP adresa řídicího počítače a 22222 je port pro komunikaci (musí být stejný jako port, který jsme zadali v natavení síťové komunikace). Nyní by se měla objevit stránka s modelem, nahráním v řídicím počítači. Na této stránce lze pouštět, zastavovat nebo modifikovat aplikaci, která momentálně běží v řídicím počítači.



Obr. 4.11. Vizualizace xPC Target na webu



CD-ROM

Způsob práce s xPC Target je zdokumentována v souboru Video_07 a v programu Program_17.



Shrnutí pojmů 4.2

xPC Target™ je produkt pro prototypování, testování a rozvíjení simulací modelů, pracujících v reálném čase, které jsou provozovány na hardwaru standardních PC. Vývoj modelu probíhá na vývojovém počítači, tzv. *Host PC*. Vytvořená real-time aplikace pak běží na samostatném řídicím počítači, tzv. *Target PC*. Oba počítače jsou spojeny prostřednictvím sériové linky nebo ethernetu. Tyto výkonné simulace běží na samostatném řídicím počítači.



Otázky 4.2

1. V jakých případech je vhodné použití platformy xPC Target?

4.3. Realizace na platformě WinPAC+REX



Čas ke studiu: 4 hodiny



Cíl Po prostudování tohoto odstavce budete umět
popsat princip práce na platformě WinPAC+REX
použít WinPAC+REX pro realizaci navrženého regulátoru



Výklad

□ Úvod

WinPAC je obchodní označení programovatelného automatu firmy ICPDAS. Je jednou z mnoha platform, na které může běžet řídicí systém REX. V této kapitole bude popsán způsob práce v módu simulace i způsob práce s I/O moduly, a to v rámci řešených příkladů. Celý návrh řídicího schématu, jeho kompilace a zprovoznění na cílové platformě se provádí v programech RexDraw a RexView.

□ Program REXDraw

Program RexDraw umožňuje navrhovat funkční schémata řídicího systému REX velmi podobným způsobem, jako se konfiguruje ve vestavěném editoru systému Simulink. Oba programy generují soubory s příponou .mdl, v možnostech konfigurace však existují určité rozdíly. Především editor RexDraw umožňuje vytvářet soubory .mdl složené jen z bloků z rozsáhlé knihovny systému REX. Všechny bloky uvedené knihovny pracují v diskretním čase, i když jejich velká část je diskretizována pro danou periodu vzorkování.

□ Program REXView

Program RexView umožňuje sledovat, co se děje v jádře řídicího systému REX při jeho běhu, a proto je velmi důležitým nástrojem při uvádění řídicího systému do provozu i v případě vzniku nějakých problémů již během rutinního provozu. Program poskytuje detailní, hierarchicky uspořádané informace o všech subsystémech jádra. Komunikace pomocí protokolu TCP/IP umožňuje připojit se k běžícímu jádru na lokálním počítači, v lokální síti i ve vzdálené síti (např. přes internet).



Řešený příklad 4.3.1

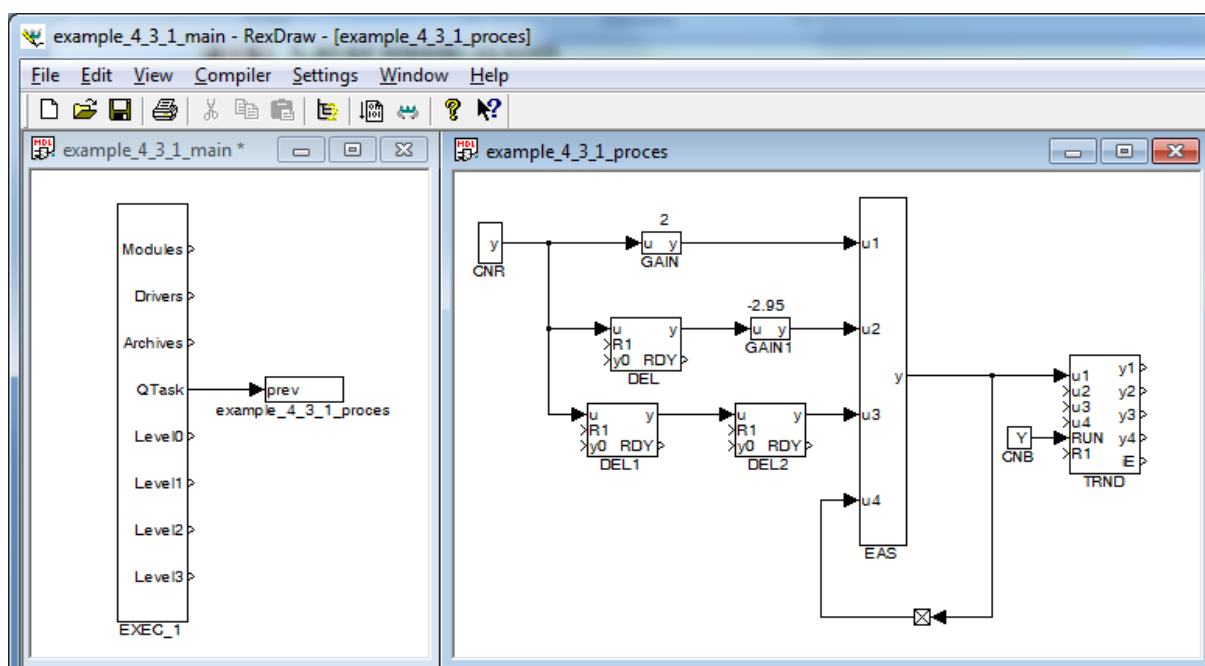
Zadání: Realizujte PSD regulátor s přenosem $G_{PSD}(z) = \frac{2 - 2.95z^{-1} + z^{-2}}{1 - z^{-1}}$ v řídicím systému

REX a proveďte simulaci přechodové charakteristiky za účelem ověření jeho funkčnosti.

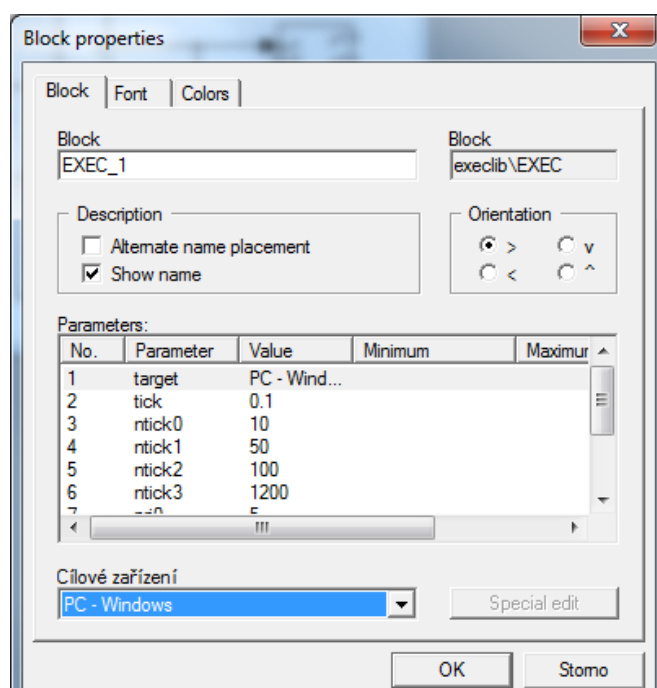
Řešení:

□ Vytvoření hlavního programu

Po spuštění programu REX Draw se vytvoří nový program kliknutím na ikonu New nebo v nabídce File -> New. Do programu se vloží blok EXEC ze sady EXEC a na jeho výstup QTask se připojí blok QTASK ze sady EXEC. Postup zobrazen na Obr. 4.12. Po rozkliknutí bloku EXEC se nastaví tick na 0,1 – druhý řádek. Po rozkliknutí QTask se přejmenuje QTask na požadované jméno, dle daného modelu. V tomto případě *example_4_3_1_proces*. A schema se uloží pod jménem *example_4_3_1_main.mdl*.

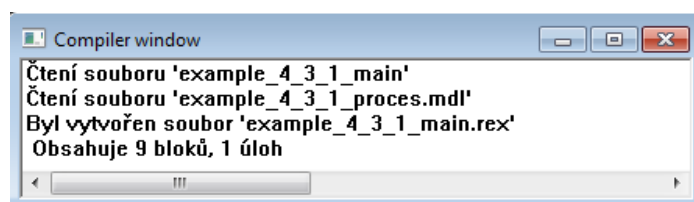


Obr. 4.12. Vytvoření hlavního programu a navázání procesu



Obr. 4.13. Volba cílové platformy

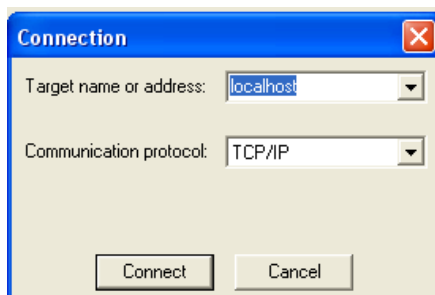
Všimněte si, že parametr target je nastaven na PC-Windows, ten udává, že řídicí schéma poběží v módu simulace na počítači. Nyní, když je vytvořen hlavní program a jeho QTask, tak Main program se zkompileje. Po stisknutí tlačítka Compiler, se otevře okno Compiler Window a program se zkompileje. Zobrazeno na obr 15. Zkompilovaný program má stejné jméno jako Main program s příponou REX. Poté se může program REX Draw zavřít.



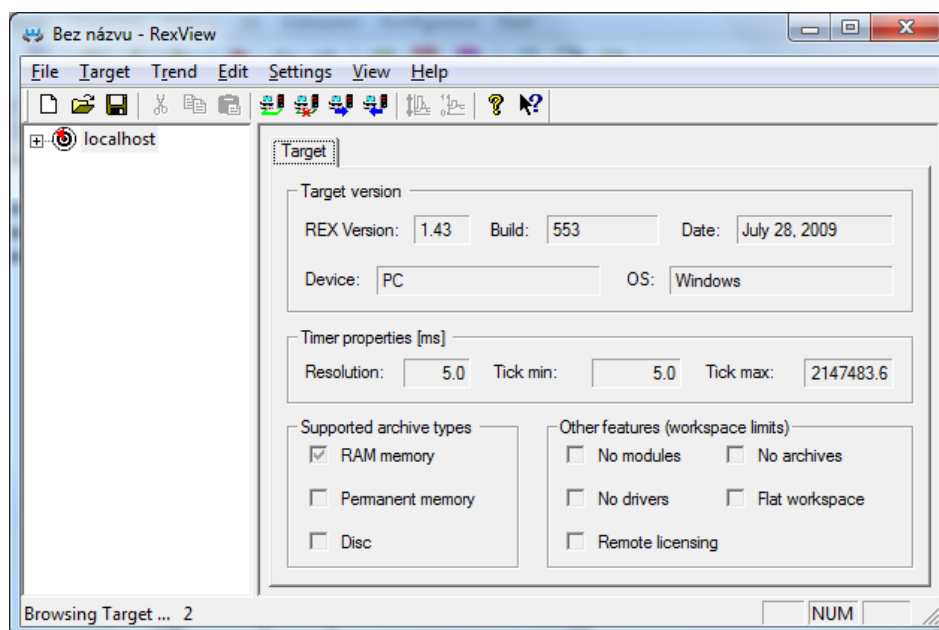
Obr. 4.14. Kompilace programu pro cílovou platformu

□ Spuštění v programu RexView

Pokud úspěšně proběhla kompilace, může se program spustit v nástroji REXView. Po spuštění, se program ptá na spojení. V tomto případě budeme provozovat řídicí schéma v simulaci, cílovou platformou je PC, a proto se zadává jméno *Localhost* a komunikační protokol je nastaven na *TCP/IP*. Zobrazeno na obr. 16. Pokud spojení běží, zobrazí se tabulka, která je na obr. 17. Ujistěte se, že v procesech běží RexCore.exe (před provozováním simulace je třeba tento program spustit, nachází se v instalační složce systému REX).

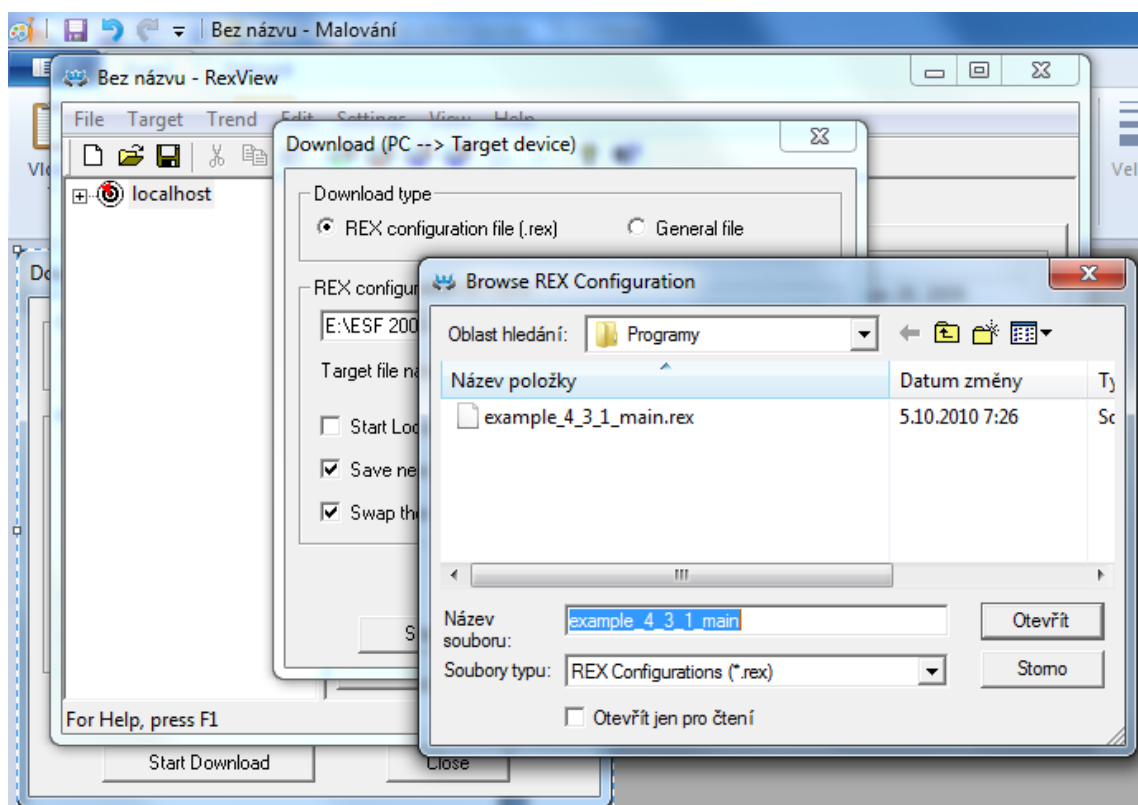


Obr. 4.15. – Spojení v REXView



Obr. 4.16. Připojení k diagnostickému programu

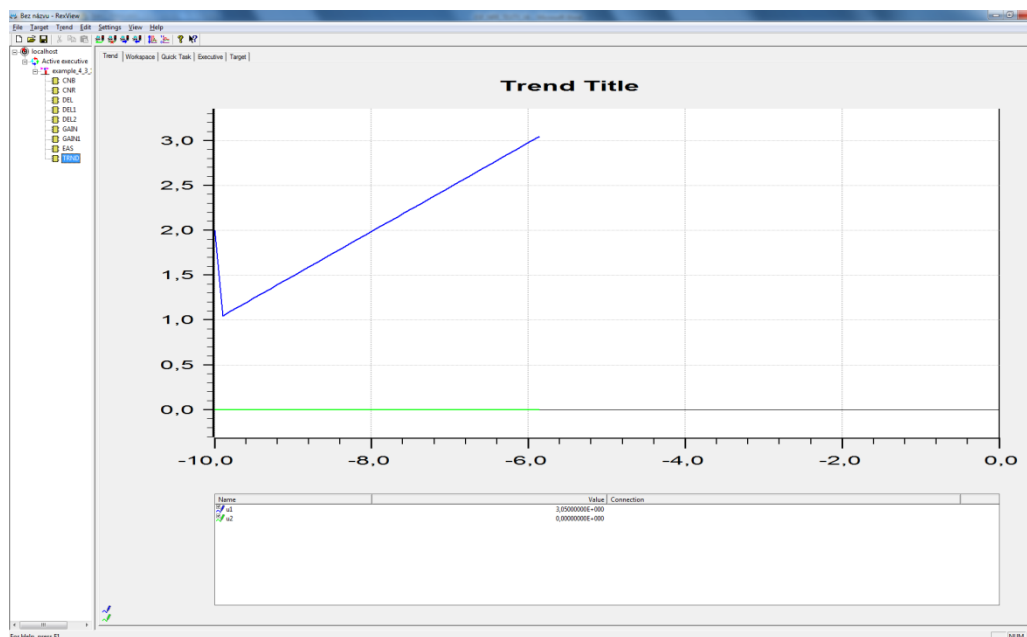
Nyní, když je spojení v pořádku, se načte zkompilevaný program. Načtení se provede výběrem v hlavní nabídce – Target → PC → Target device..., otevře se okno Download a vybere se zkompilevaný program – Browse. Poté stiskem Start Download se program nahraje do cílové platformy a od této chvíle je spuštěn. Zobrazeno na následujícím obrázku obr. 4.17.



Obr. 4.17. Nahrání programu do cílového hardwaru

□ **Ověření funkčnosti-prohlížení trendu v REXView**

V levé části se nalistuje se záložka TRND a přepne se na kartu *Trend*. Vidíme přechodovou charakteristiku PSD regulátoru.



Obr. 4.18. Vizualizace činnosti v diagnostickém nástroji RexView



Řešený příklad 4.3.2

Zadání: K soustavě byl navržen regulátor s přenosem $G(s) = \frac{7s+5}{3s^2+4s+5}$. Simulujte jeho přechodovou charakteristiku v řídicím systému REX.

Řešení:

Zvolíme vhodnou periodu vzorkování $T=0.1$ s. Stanovíme diskrétní přenos

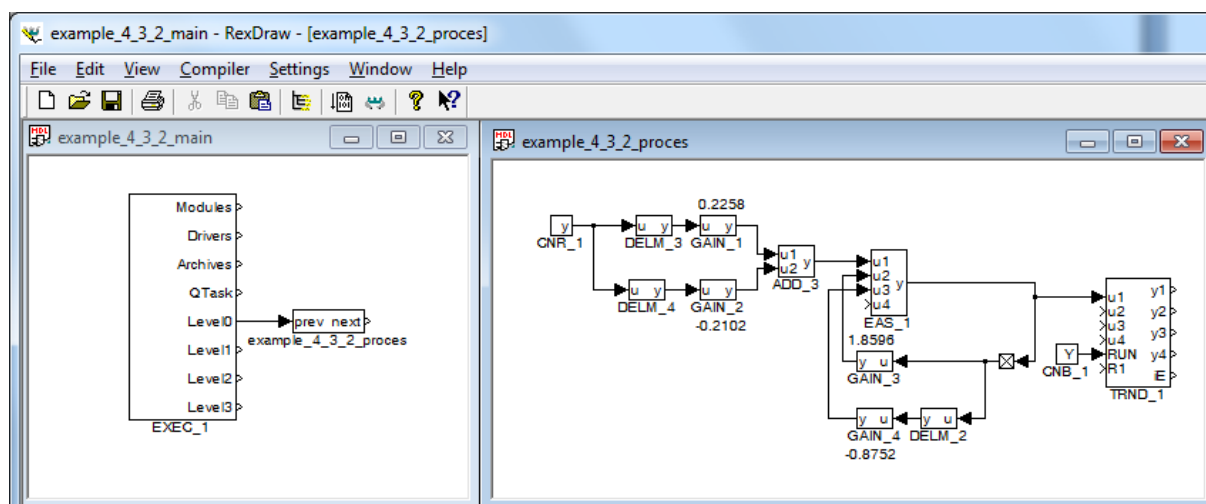
$[cit,jm]=c2dm([7 \ 5],[3 \ 4 \ 5],0.1,'zoh')$

$$G(z) = \frac{0,2258z^{-1}-0,2102z^{-2}}{1-1,86z^{-1}+0,8752z^{-2}}$$

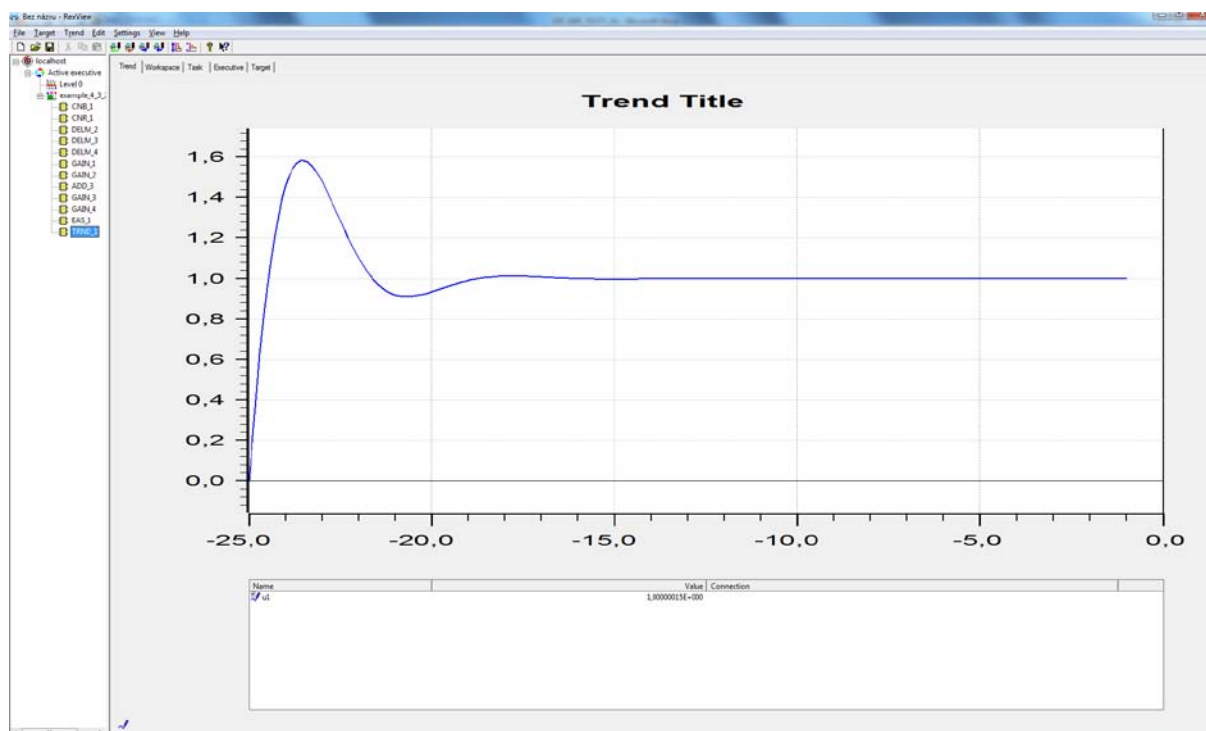
Odpovídající diferenční rovnici udávající vztah mezi akčním zásahem a regulační odchylkou:

$$u(k) = 0,2258e(k-1) - 0,2102e(k-2) + 1,86u(k-1) + 0,8752u(k-2)$$

Řídicí zákon se realizuje v prostředí RexDraw, viz Obr. 4.19.



Obr. 4.19. Realizace řídicího schématu v programu RexDraw



Obr. 4.20. Ověření činnosti v diagnostickém nástroji RexView



CD-ROM

Prostudujte si zdrojové soubory *example_4_3_2_main.mdl* a *example_4_3_2_proces.mdl*. Práce s platformou REX je zdokumentována v souboru Animace12.



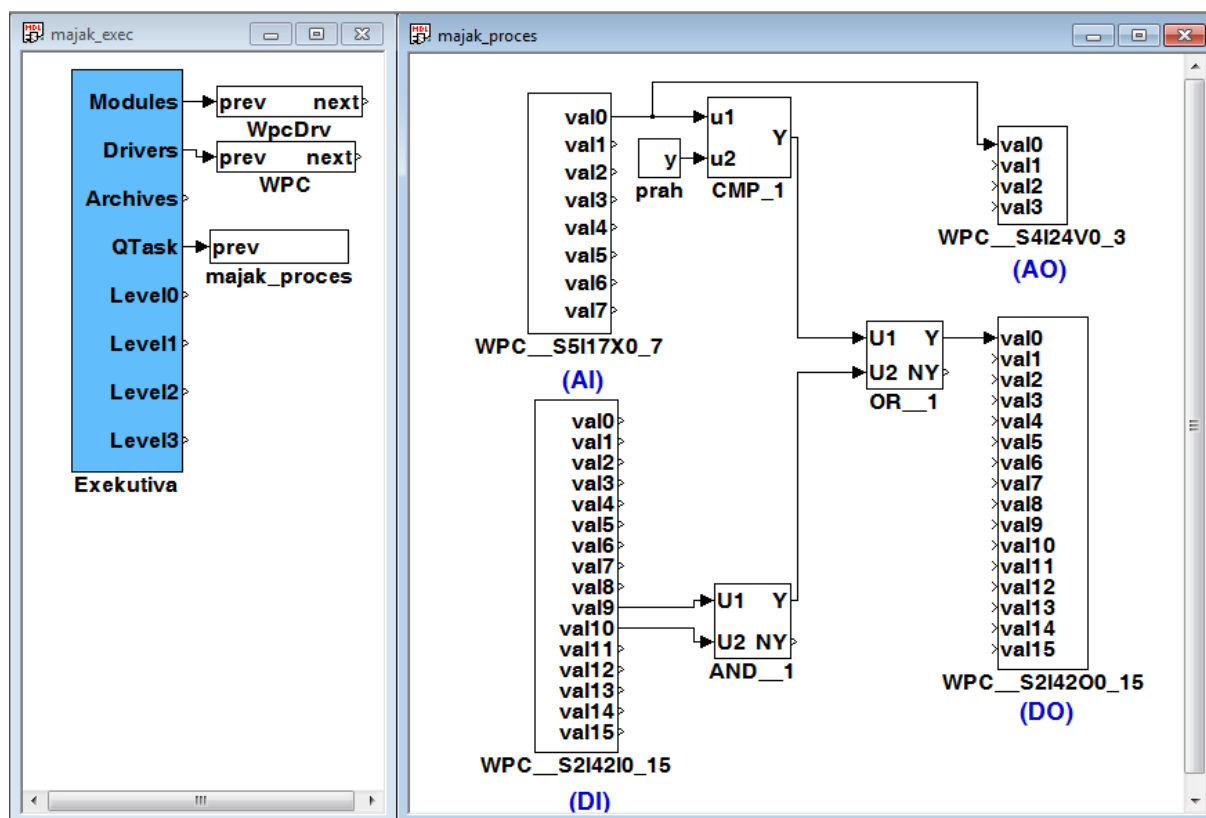
Řešený příklad 4.3.3

Zadání: Realizujte řídicí schéma na platformě WinPAC, které bude pracovat následovně:

- 1) z modulu analogových vstupů (AI) bude kopírovat hodnotu na analogový výstup (AO)
- 2) je-li tato napěťová hodnota rovna zadané hodnotě (prah), nebo je splněna podmínka, že jsou na modulu digitálních vstupů (DI) oba logické vstupy val9 a val10 na hodnotě log1, pak nechť se přepne na modulu digitálních výstupů (DO) digitální výstup val0 do logické úrovně log1 a toto nechť je indikováno rozblíkním majáku připojeného na tento výstup.

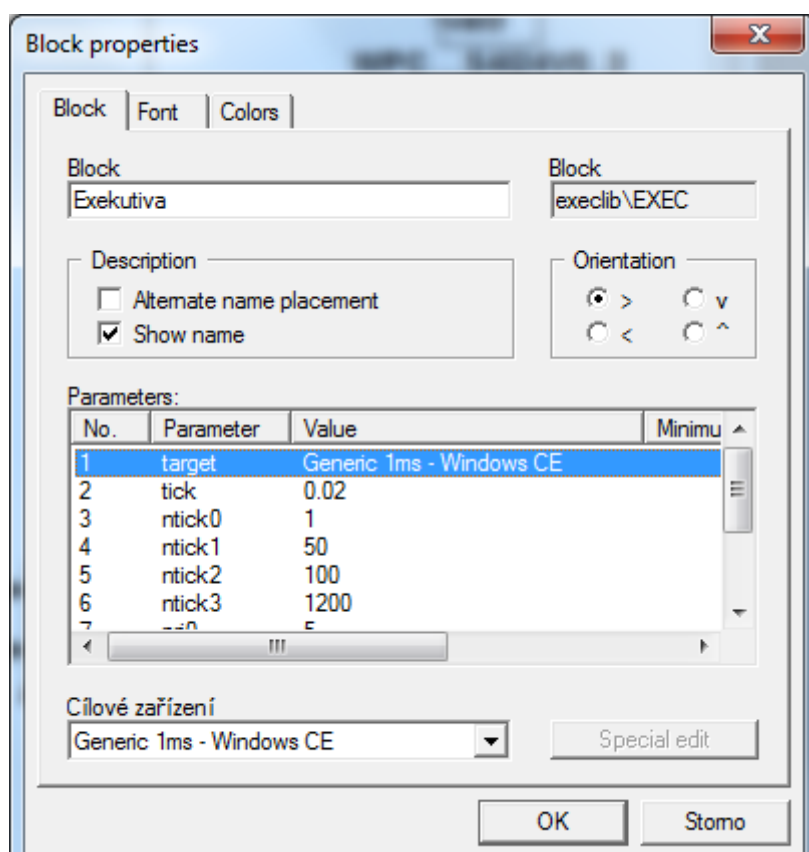
Řešení:

Na příslušnou svorku analogového modulu přivádíme analogový napěťový signál z regulovatelného laboratorního zdroje. Digitální vstupy jsou realizovány dvěma vypínači. Na příslušné svorce analogového výstupu měříme (např. voltmetrem) stejnou hodnotu, jaká je aktuálně přiváděna ze zdroje napětí. Je-li splněna jedna z podmínek v bloku OR, přepne se na modulu digitálních výstupů hodnota val0 do logické úrovně log1. Fyzicky to znamená, že se na příslušné svorce objeví proti zemi napětí 24V, pomocí kterého rozblíkáme připojený maják.



Obr. 4.21. Řídicí schéma pro realizaci na platformě WinPAC+REX

Všimněte si, že v hlavním programu přibýly bloky na výstupu Modules a Drivers, které indikují, že se bude pracovat s IO moduly na platformě WinPAC, a parametr target je nastaven na Generic 1ms-Windows CE, čili na operační systém Windows CE běžící v kontroléru. Řídicí schéma je znázorněno na Obr. 4.21.



Obr. 4.22. Volba cílové platformy



CD-ROM

Způsob práce s platformou WinPAC+REX je zdokumentován v souboru Video_08. Porovnejte se souborem Video_09, na kterém je zdokumentována práce se dvěma dalšími typy kompaktních kontrolérů řady I-8000 a I-8748. Řešený příklad 4.3.3. je zdokumentován v souborech *example_4_3_3_main.mdl* a *example_4_3_3_proces.mdl*.

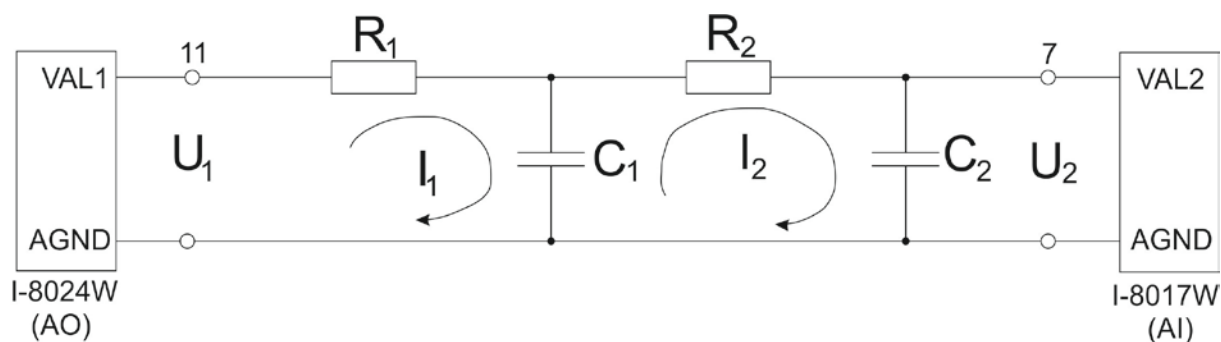


Řešený příklad 4.3.4

Zadání: Realizujte měření přechodové charakteristiky RC článku 2. Řádu na kontroléru WinPAC-8000. Odvoďte matematický model zapojení, aby jeho přechodová charakteristika mohla být porovnána s výsledky měření.

Řešení:

Zapojení a hodnoty součástek:



Odvození:

$$R_1 I_1(s) + \frac{1}{sC_1} (I_1(s) - I_2(s)) = U_1(s)$$

$$\frac{1}{sC_1} (I_2(s) - I_1(s)) + R_2 I_2(s) + \frac{1}{sC_2} I_2(s) = 0$$

$$U_2(s) = \frac{1}{sC_2} I_2(s)$$

$$\begin{bmatrix} R_1 + \frac{1}{sC_1} & -\frac{1}{sC_1} \\ -\frac{1}{sC_1} & \frac{1}{sC_1} + R_2 + \frac{1}{sC_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + \frac{1}{sC_1} & -\frac{1}{sC_1} \\ -\frac{1}{sC_1} & \frac{1}{sC_1} + R_2 + \frac{1}{sC_2} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$G(s) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{R_1 \cdot C_1 \cdot R_2 \cdot C_2 \cdot s^2 + R_1 \cdot C_1 \cdot s + R_2 \cdot C_2 \cdot s + R_1 \cdot C_2 \cdot s + 1}$$

Hodnoty součástek (z řady E12) modelu soustavy:

$$R_1 = 820\Omega, R_2 = 12k\Omega, C_1 = 2,2mF, C_2 = 1mF$$

Přenos daného zapojení:

$$G(s) = \frac{1}{R_1 \cdot C_1 \cdot R_2 \cdot C_2 \cdot s^2 + R_1 \cdot C_1 \cdot s + R_2 \cdot C_2 \cdot s + R_1 \cdot C_2 \cdot s + 1}$$

SOPDT blok (model systému 2. řádu s dopravním zpožděním) řídicího systému REX má přenos:

$$G_m = \frac{b_1 \cdot s + b_0}{s^2 + a_1 \cdot s + a_0} \cdot e^{-del \cdot s}$$

➤ IFT = 1 (zvolený typ tvaru přenosu: general)

 Převod přenosu G_1 na tvar G_m :

$$\begin{aligned}
 G_1 &= \frac{1}{R_1 \cdot C_1 \cdot R_2 \cdot C_2 \cdot s^2 + R_1 \cdot C_1 \cdot s + R_2 \cdot C_2 \cdot s + R_1 \cdot C_2 \cdot s + 1} = \\
 &= \frac{1}{R_1 \cdot C_1 \cdot R_2 \cdot C_2 \cdot \left(s^2 + \frac{1}{R_2 \cdot C_2} \cdot s + \frac{1}{R_1 \cdot C_1} \cdot s + \frac{1}{R_2 \cdot C_1} \cdot s + \frac{1}{R_1 \cdot C_1 \cdot R_2 \cdot C_2} \right)} = \\
 &= \frac{\frac{1}{R_1 \cdot C_1 \cdot R_2 \cdot C_2}}{s^2 + s \cdot \left(\frac{1}{R_2 \cdot C_2} + \frac{1}{R_1 \cdot C_1} + \frac{1}{R_2 \cdot C_1} \right) + \frac{1}{R_1 \cdot C_1 \cdot R_2 \cdot C_2}} = \frac{b_0}{s^2 + a_1 \cdot s + a_0}
 \end{aligned}$$

Jednotlivé koeficienty přenosu G_m jsou vyjádřeny:

$$\begin{aligned}
 b_1 &= 0 \\
 b_0 &= \frac{1}{R_1 \cdot C_1 \cdot R_2 \cdot C_2} \\
 a_1 &= \frac{1}{R_2 \cdot C_2} + \frac{1}{R_1 \cdot C_1} + \frac{1}{R_2 \cdot C_1} \\
 a_0 &= \frac{1}{R_1 \cdot C_1 \cdot R_2 \cdot C_2}
 \end{aligned}$$

Vyjádření koeficientů přenosu podle hodnot zvolených součástí:

$$\begin{aligned}
 b_1 &= 0 \\
 b_0 &= \frac{1}{R_1 \cdot C_1 \cdot R_2 \cdot C_2} = \frac{1}{820 \cdot 0,0022 \cdot 12000 \cdot 0,001} = 0,0461936437546194 \\
 a_1 &= \frac{1}{R_2 \cdot C_2} + \frac{1}{R_1 \cdot C_1} + \frac{1}{R_2 \cdot C_1} = \frac{1}{12000 \cdot 0,001} + \frac{1}{820 \cdot 0,0022} + \frac{1}{12000 \cdot 0,0022} \\
 &= 0,684269963446164752873812631 \\
 a_0 &= b_0 = \frac{1}{R_1 \cdot C_1 \cdot R_2 \cdot C_2} = \frac{1}{820 \cdot 0,0022 \cdot 12000 \cdot 0,001} = 0,0461936437546194
 \end{aligned}$$

Přenos bloku SOPDT s vypočtenými koeficienty:

$$G_m = \frac{b_1 \cdot s + b_0}{s^2 + a_1 \cdot s + a_0} \cdot e^{-del \cdot s} = \frac{0,0461936437546194}{s^2 + 0,68426996344616475 \cdot s + 0,0461936437546194}$$



CD-ROM

Řešený příklad 4.3.4. je zdokumentován v souborech *example_4_3_4_main.mdl* a *example_4_3_4_proces.mdl*.



Shrnutí pojmů 4.3

WinPAC je obchodní označení programovatelného automatu firmy ICPDAS. Je jednou z mnoha platform, na které může běžet řídicí systém REX. Řídicí schéma se navrhuje v programu RexDraw a diagnostickým nástrojem je RexView.



Otázky 4.3

1. V jakých případech je vhodné použití platformy WinPAC+REX pro realizaci regulátoru?

5. PŘÍLOHY - OBSAH

5.1. Výkové programy k předmětu

Součástí tohoto výukového textu jsou vytvořené programy, které se týkají řešených příkladů v jednotlivých kapitolách. Jsou umístěny v adresáři *programy*. Krátký popis témat jednotlivých programů:

Program_01	linearizace
Program_02	identifikace
Program_03	modifikace pid regulátoru
Program_04	lqr řízení
Program_05	lqg řízení
Program_06	robustní řízení
Program_07	samonastavující se regulátory
Program_08	adaptivní regulátory
Program_09	časově a kvadraticky optimální řízení
Program_10	prediktivní regulátor
Program_11	fuzzy regulátor
Program_12	simulace REX
Program_13	anti windup, beznárazové připojení
Program_14	vizualizace VR (třídíčka barevných předmětů)
Program_15	řízení výtahu Stateflow+I-8838
Program_16	práce v RT Toolbox
Program_17	práce s xPC Target
Program_18	práce s kontroléry LinCon

5.2. Výkové animace k předmětu

Součástí tohoto výukového textu jsou vytvořené animace, které názorně demonstrují vybraná témata a vztahují se k vytvořeným programům. Jsou umístěny v adresáři *animace*.

Animace_01	Linearizace
Animace_02	Identifikace
Animace_03	Modifikace PID regulátoru
Animace_04	LQR řízení
Animace_05	LQG řízení
Animace_06	Robustní řízení
Animace_07	Samonastavující se regulátory
Animace_08	Adaptivní řízení
Animace_09	Časově a kvadraticky optimální řízení

Animace_10	Prediktivní řízení
Animace_11	Fuzzy řízení
Animace_12	Řídicí systém REX

5.3. Výkové videosekvence k předmětu

Součástí tohoto výukového textu jsou vytvořené videosekvence, které názorně demonstrují vybraná témata.

Jsou umístěny v adresáři *video*. Krátký popis témat jednotlivých videosekvencí:

Video_01.mpg	Přehledové video s fyzikálními modely
Video_02.mpg	Logické řízení (třídíčka barevných předmětů v programu Stateflow)
Video_03.mpg	Řízení modelu vrtulníku
Video_04.mpg	Windup efekt a jeho potlačení
Video_05.mpg	Samonastavující se regulátory na platformě WinPAC+REX
Video_06.mpg	Práce s RT Toolboxem a měřicí kartou
Video_07.mpg	Práce s xPC Target
Video_08.mpg	Práce s platformou WinPAC+REX
Video_09.mpg	Práce s řídicím systémem LinCon
Video_10.mpg	Řízení modelu magnetické levitace (případová studie)
Video_11.mpg	Řízení modelu kuličky na tyči (případová studie)
Video_12.mpg	Řízení modelu tří nádrží (případová studie)

5.4. Případové studie

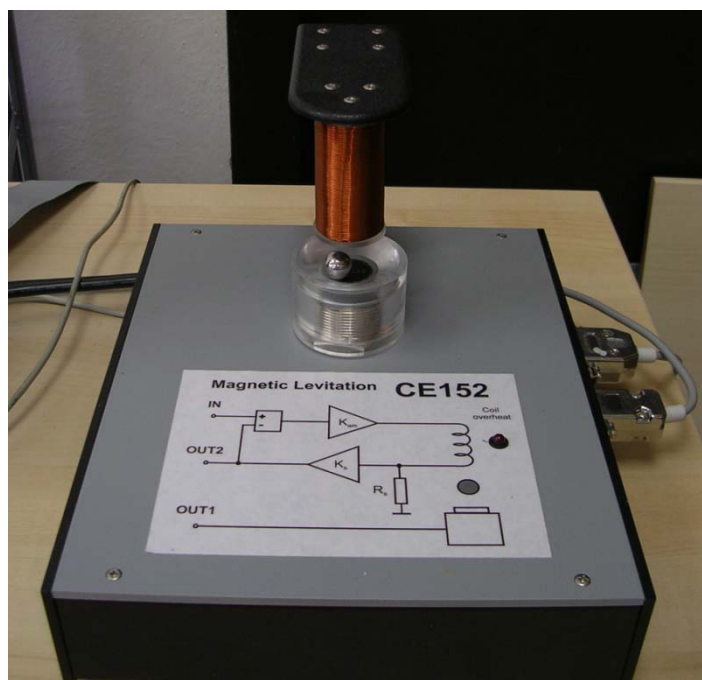
□ Úvodní informace

Součástí tohoto výukového textu jsou tzv. případové studie. Jsou to ucelená témata, ve kterých je komplexně demonstrována analýza i syntéza regulačních obvodů pro vybranou soustavu. Lze říci, že se v podstatě jedná o řešené příklady, ale z důvodu své náročnosti a rozsahu jsou zde uvedeny zvlášť v příloze. Jedná se o “advanced level”, čili tato kapitola je určena zájemcům o podrobnější poznání problematiky. Jsou umístěny v adresáři *programy/CaseStudies*.

□ Fyzikální model magnetické levitace

Jedná se o výukový fyzikální model sestávající se z ocelové kuličky levitující v magnetickém poli.

V případové studii je demonstrován návrh LQG řízení pro tuto soustavu.



Obr. 5.1. Foto výukového modelu magnetické levitace



CD-ROM

Regulace fyzikálního modelu magnetické levitace je zdokumentována v souboru Video_10. Výukový text a příslušné programy jsou umístěny v adresáři *programy/CaseStudies/MagnetickaLevitace*.

□ Fyzikální model kuličky na tyči

Jedná se o výukový fyzikální model sestávající se z ocelové kuličky pohybující se na ramenu, které se vysouvá nahoru a dolů. Reguluje se pozice kuličky na rameni.

V případové studii je demonstrován návrh LQG a robustního řízení pro tuto soustavu.



Obr. 5.2. Foto výukového modelu kuličky na tyči



CD-ROM

Regulace fyzikálního modelu kuličky na tyči je zdokumentována v souboru Video_11. Výukový text a příslušné programy jsou umístěny v adresáři *programy/CaseStudies/KulickaNaTyci*.

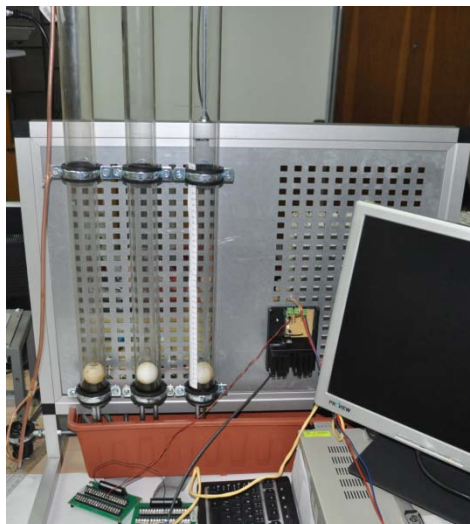
□ Fyzikální model tří nádrží

Jedná se o výukový fyzikální model sestávající se ze tří vzájemně propojených válcovitých nádrží. Přítok je realizován do první nádrže (ovládán otáčkami čerpadla), z poslední nádrže v kaskádě voda vytéká. Úkolem je regulovat hladinu v poslední nádrži.



CD-ROM

Regulace fyzikálního modelu tří nádrží je zdokumentována v souboru Video_12. Výukový text a příslušné programy jsou umístěny v adresáři *programy/CaseStudies/TriNadrze*.



Obr. 5.2. Foto výukového modelu soustavy tří nádrží

□ Návrh H_∞ řízení pro aktivní tlumení automobilu

Jedná se o návrh robustního regulátoru (problém smíšené citlivosti) pro systém aktivního tlumení automobilu. Výukový text a příslušné programy jsou umístěny v adresáři *programy/CaseStudies/AktivniTlumeniAutomobilu*.

□ LQG a LQR řízení pro model 2 nádrží

Výukový text a příslušné programy jsou umístěny v adresáři *programy/CaseStudies/DveNadrze*.

□ LQG a LQR řízení pro model jeřábové kočky

Výukový text a příslušné programy jsou umístěny v adresáři *programy/CaseStudies/JerabovaKocka*.

□ Návrh LQR a H_∞ řízení pro model pružin

Výukový text a příslušné programy jsou umístěny v adresáři
programy/CaseStudies/Pruziny.



Klíč k řešení

V tomto klíči najdete odpovědi na otázky a úlohy k řešení, které jsou v textu označeny těmito ikonami:



Otázky



Úlohy k řešení

Řešení, které vyžaduje kód nebo schéma v matlabu a Simulinku, se nacházejí v adresáři ESF_KLIC_K_RESENI.

- O 1.1. 1. Zpětná vazba poskytuje informaci o hodnotě výstupní (regulované veličiny). Na základě zpětné vazby generujeme určitý akční zásah. Zápornou zpětnou vazbou obvod stabilizujeme a regulujeme, kladnou zpětnou vazbou rozkmitáváme.
2. Řízení s otevřenou smyčkou (ovládání): není zde informace o hodnotě výstupní veličiny. Tj. nemáme informaci o tom, zda se povel (akční zásah) úspěšně vykonal nebo nikoliv.
- O 1.2. 1. Ideální PD ani PID nelze realizovat z důvodu přítomnosti derivační složky. Pokud by se vyjádřil přenos regulátoru ve formě racionální lomené funkce, pak je v čitateli polynom vyššího stupně než ve jmenovateli, čímž je porušena podmínka na fyzikální realizaci.
2. Volba periody vzorkování ovlivňuje nejen přesnost a kvalitu nalezeného diskrétního ekvivalentu, ale také stabilitu regulačního obvodu.

- O 3.1. 1. Kvadratický funkcionář je vyjádřen

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt$$

2. V obecné úloze $\mathbf{Q}$ a $\mathbf{R}$ reprezentují váhy různých **stavů a řídicích** veličin. Matice $\mathbf{R}$ a $\mathbf{Q}$ jsou váhové matice, kde matice $\mathbf{R}$ váží vynaloženou energii řízení (vynaložená energie je úměrná kvadratické funkci amplitudy řídicího vstupu) a matice $\mathbf{Q}$ váží odchylky stavů od nulové hodnoty

- Ú 3.1 Matematický model kuličky na tyči je popsán maticemi

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0; 1 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 7.14; 0 \end{bmatrix}; \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}; \mathbf{D} = 0;$$

Řešení viz zdrojové soubory klic_3_1_podklad.m a klic_3_1_schema.mdl

- O 3.1. 1. Stavový regulátor. Rozdíl je v tom, že u LQR stavy známe, u LQG tyto stavy odhadujeme.
2. Soustava, odhadce stavů, stavový regulátor
- O 3.3. Metoda H_∞ vede na množinu vhodných stabilních přenosových funkcí. Základním objektem řízení H_∞ je přenosová funkce. V podstatě se jedná o optimalizaci nad množinou - prostorem přenosových funkcí. Optimalizace předpokládá účelovou funkci, která porovná různé přenosové funkce, a z nich vybere tu nejlepší z dané množiny - prostoru.
Metoda H_∞ má vlastní terminologii a označuje prostor vhodných stabilních přenosových funkcí. Základním předpokladem pro metodu H_∞ je znalost přenosové funkce. Při řízení H_∞ porovnáváme přenosové funkce podle jejich ∞ -normy. ∞ -norma je dána vztahem:

$$\|\mathbf{G}\|_\infty = \sup_{\omega} |\mathbf{G}(\omega)|.$$

Lze ji snadno vypočítat a graficky interpretovat jako vrcholek Bodeho diagramu, za předpokladu, že přenosová funkce je konečná a nemá žádné imaginární póly. Cílem je minimalizovat ∞ -normu nějaké přenosové funkce. To znamená, že se snižuje vrchol Bodeho diagramu, což zvýší zásobu robustní stability systému.

- Ú 3.3 Řešení viz zdrojové soubory klic_3_3_podklad.m a klic_3_3_schema.mdl
- O 3.4. Reléová metoda a momentová metoda
- O 3.5. V obvodech, ve kterých dochází ke změně časových konstant soustavy nebo ke změně zesílení
- O 3.7. V obvodech, ve kterých je vhodné “předpovídat” chování soustavy na určitém horizontu
- Ú 3.7 1. Řešení viz zdrojové klic_3_7_1_podklad.m a klic_3_7_1_schema.mdl
2. Řešení viz zdrojové klic_3_7_2_podklad.m a klic_3_7_2_schema.mdl
- O 3.8. V obvodech, ve kterých neznáme přesný matematický popis chování soustavy, pro nelineární soustavy
- O 4.1. Real Time Toolbox by se dal zařadit mezi soft real time systémy. Je vhodný zejména pro výukové účely nebo pro aplikace, kde není striktně nutné dodržet pevnou časovou uzávěru.
- O 4.2. xPC Target je dostatečně robustní pro použití v průmyslu, navíc umožňuje realizaci velmi složitých algoritmů a práci se spojitými bloky
- O 4.3. WinPAC je programovatelný automat (PAC), který má vlastnosti PLC, ale umožňuje realizovat složité řídicí algoritmy. Je robustní, a vhodný pro řízení do průmyslu. Řídicí systém REX, se kterým je dodáván, nabízí rozsáhlé knihovny s algoritmy řízení.

□ Doporučená literatura

- Novák, V.: Fuzzy množiny a jejich aplikace. SNTL, 1986.
- Mařík a kol.: Umělá inteligence 2. Academia Praha, 1994.
- Srovnal, V.: Navrhování a realizace regulátorů. Sylaby na WWW stránkách fakulty, 2004
- Roubal, J., Pekař, J., Pachner, D., Havlena, V.: Moderní teorie řízení - Cvičení. Skripta ČVUT, FEL 2005
- Havlena, V., Štecha, J.: Moderní teorie řízení. Skripta ČVUT, FEL 2000
- Bobál, V. a kol.: Praktické aspekty samočinně se nastavujících regulátorů. Brno, VUT Brno 1999.
- Havlena, V., Štecha, J.: Moderní teorie řízení. ČVUT Praha 1994
- Šimandl, M.: Adaptivní systémy. Plzeň, ZČU Plzeň 1993
- Honec, J.: Teorie automatického řízení III. VUT Brno, 1991.
- Masár, I., Ivanov, I.: Aplikácie reálného času v programovou prostriedku MATLAB-SIMULINK. STU Bratislava, 2001.
- Astrom, K.J.: Automatic Tuning of PID Controllers. Instrument Society of America 1988
- Dorf, C., Bishop, R.: Modern Control Systems
- Tripathi, S.M.: Modern Control Systems: An Introduction
- Zak, H.: Systems and Control
- Paraskevopoulos, P.N.: Modern Control Engineering
- Zhou, K., Doyle, J.C., Glover, K.: Robust and Optimal Control
- O'Dwyer, A.: Handbook of Pi And Pid Controller Tuning Rules
- Nise, N.S.: Control Systems Engineering
- Lyshevski, S.E.: Control Systems Theory with Engineering Applications
- Shinnars, S.M.: Advanced Modern Control System Theory and Design
- Vukic, Z.: Nonlinear Control Systems
- Kuo, B.C., Golnaraghi, F.: Automatic Control Systems
- Tewari, A.: Modern Control Design With MATLAB and SIMULINK
- Astrom, K.J., Wittenmark, B.: Computer-Controlled Systems: Theory and Design
- Leigh, J.R. Control Theory, 2nd Edition
- Albertos, P., Strietzel, R., Mort, N.: Control Engineering Solutions: A Practical Approach